

APLIKASI MODEL *MULTI-STATE* PADA PENENTUAN PREMI TAHUNAN DAN NILAI POLIS ASURANSI *LONG-TERM CARE STAND-ALONE*

TSAQIF RAMDHANI ERHA



**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Aplikasi Model *Multi-state* pada Penentuan Premi Tahunan dan Nilai Polis Asuransi *Long-term Care Stand-alone*” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2024

Tsaqif Ramdhani Erha
G5402201009

ABSTRAK

TSAQIF RAMDHANI ERHA. Aplikasi Model *Multi-state* pada Penentuan Premi Tahunan dan Nilai Polis Asuransi *Long-term Care Stand-alone*. Dibimbing oleh RUHIYAT dan WINDIANI ERLIANA.

Risiko finansial akibat disabilitas merupakan salah satu masalah yang dihadapi di Indonesia, terutama bagi kalangan pekerja perempuan. Asuransi *long-term care (LTC) stand-alone* merupakan salah satu solusi yang dapat digunakan. Dalam karya ilmiah ini, produk asuransi LTC dimodelkan menggunakan model *multi-state* berbasis tingkat disabilitas yang dialami peserta asuransi yang diukur dengan kemampuan dalam melakukan kegiatan sehari-hari. Premi tahunan dibayarkan peserta asuransi dengan syarat terindikasi sehat selama belum mencapai usia 59 tahun. Nilai polis digunakan sebagai acuan pembuatan cadangan manfaat jika terjadi transisi kondisi peserta asuransi menjadi terindikasi mengalami disabilitas untuk setiap *state* yang kemudian diboboti. Penghitungan premi tahunan menggunakan prinsip kesetaraan menunjukkan tren bahwa semakin tua peserta asuransi saat membeli polis asuransi, semakin besar premi tahunan yang perlu dibayarkan. Penghitungan nilai polis menggunakan metode prospektif menunjukkan terjadinya peningkatan nilai polis dalam periode awal pertanggunggaran polis lalu turun seiring meningkatnya usia peserta asuransi dalam periode pertanggunggaran.

Kata kunci: *long-term care*, model *multi-state*, nilai polis, premi, *stand-alone*

ABSTRACT

TSAQIF RAMDHANI ERHA. Multi-state Model Application in Determining Annual Premiums and Policy Values of Stand-alone Long-term Care Insurance. Supervised by RUHIYAT and WINDIANI ERLIANA.

The financial risk from disability is one of the problems in Indonesia, especially for female workers. Stand-alone long-term care (LTC) insurance is one solution that can be used. In this academic work, LTC insurance products are modeled using a multi-state model based on the level of disability experienced by policyholders, measured by their ability to perform daily activities. Annual premiums are paid by policyholders under the condition of being healthy until they reach the age of 59. The policy value is used as a reference for benefit reserve if there is a transition in the policyholder's condition indicating disability for each state, which is then weighted. The calculation of annual premiums using the principle of equivalence shows a trend that the older the policyholder is when purchasing the insurance policy, the larger the annual premium that needs to be paid. The calculation of the policy value using the prospective method shows an increase in the policy value in the early policy period, followed by a decrease as the policyholder's age increases during the coverage period.

Keywords: long-term care, multi-state model, policy value, premium, stand-alone

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2024
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



APLIKASI MODEL *MULTI-STATE* PADA PENENTUAN PREMI TAHUNAN DAN NILAI POLIS ASURANSI *LONG-TERM CARE STAND-ALONE*

TSAQIF RAMDHANI ERHA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Aktuaria pada
Program Studi Aktuaria

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Judul Skripsi : Aplikasi Model *Multi-state* pada Penentuan Premi Tahunan dan Nilai Polis Asuransi *Long-term Care Stand-alone*

Nama : Tsaqif Ramdhani Erha

NIM : G5402201009

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Ruhayat, S.Si., M.Si., M.Act.Sc.



Pembimbing 2:
Windiani Erliana, S.Si., M.Si.



Diketahui oleh

Ketua Departemen Matematika
Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.
NIP 196312281989032001



Tanggal Ujian: 3 Juli 2024

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur Penulis panjatkan kepada Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Januari 2024 sampai bulan Juli 2024 ini adalah Matematika Aktuaria, dengan judul “Aplikasi Model *Multi-state* pada Penentuan Premi Tahunan dan Nilai Polis Asuransi *Long-term Care Stand-alone*”.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada para pihak yang telah membantu dan mendukung proses penyusunan karya ilmiah ini, yaitu:

1. Bapak Ruhayat, S.Si., M.Si., M.Act.Sc. sebagai Dosen Pembimbing 1 Tugas Akhir Penulis yang membimbing Penulis dari awal dibentuknya sampai Penulis berhasil menyelesaikan karya ilmiah ini,
2. Ibu Windiani Erliana, S.Si., M.Si. sebagai dosen pembimbing tugas akhir yang telah membimbing dan banyak memberi saran selama penulisan karya ilmiah ini,
3. Ibu Dr. Dra. Berlian Setiawaty, M.S. sebagai dosen penguji luar yang telah memberikan kritik dan saran dalam penulisan karya ilmiah ini,
4. Dosen Departemen Matematika IPB yang memberikan ilmu sebagai pondasi dari karya ilmiah ini,
5. Pihak Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) sebagai pemberi bantuan berupa pendanaan beasiswa kepada Penulis untuk kelancaran proses penelitian,
6. Abi, Umi, Adik, Datuk, Nenek, dan seluruh pihak keluarga Penulis yang selalu mendukung, memberi semangat, serta mendoakan Penulis yang terbaik dalam pembuatan karya ilmiah ini,
7. Diva dan Nadhira selaku teman seperjuangan Penulis dalam menjalani bimbingan selama proses penyusunan karya ilmiah ini,
8. Bapak Arutlah, S.E. dan rekan-rekan dari Dana Pensiun BNI yang turut memberi dukungan dan mencari tema untuk karya ilmiah Penulis di tahap awal penyusunan karya ilmiah ini,
9. Bapak Andy Gunawan selaku mentor Penulis dan rekan-rekan dari PT AXA Mandiri Financial Services yang memberikan saran yang membangun bagi peningkatan kualitas karya ilmiah Penulis, serta
10. teman-teman mahasiswa Departemen Matematika khususnya teman-teman program studi Aktuaria Angkatan 57 yang selalu ada di saat Penulis membutuhkan bantuan.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juli 2024

Tsaqif Ramdhani Erha

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
II LANDASAN TEORI	3
2.1 Asuransi <i>Long-term Care Stand Alone</i>	3
2.2 Indikator Disabilitas	3
2.3 Bunga dan Faktor Diskon	5
2.4 Model Bertahan Hidup	5
2.5 Model <i>Multi-state</i>	6
2.6 Anuitas	7
2.7 Premi Asuransi	9
2.8 Nilai Polis Asuransi	9
III METODE	10
3.1 Data Penelitian	10
3.2 Desain Polis Penelitian	10
3.3 Model Penelitian	10
3.4 Tahapan Penelitian	13
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	14
4.1 Penyusunan Data Hipotetik dan Penentuan Asumsi	14
4.2 Penyusunan Peluang Transisi antar <i>State</i>	17
4.3 <i>Expected Present Value</i> Anuitas <i>State-dependent</i>	21
4.4 Penghitungan Premi	24
4.5 Penghitungan Nilai Polis	28
V SIMPULAN DAN SARAN	34
5.1 Simpulan	34
5.2 Saran	34
DAFTAR PUSTAKA	36
LAMPIRAN	38
RIWAYAT HIDUP	53



DAFTAR TABEL

1	Indikator penilaian disabilitas menggunakan DAS	4
2	Indikator penilaian disabilitas menggunakan Indeks Barthel	5
3	<i>States</i> untuk model penelitian	11
4	Angka proporsi disabilitas dewasa	15
5	Angka proporsi disabilitas lansia	15
6	Angka proporsi disabilitas yang dimodifikasi	16
7	Asumsi penghitungan peluang transisi satu tahun	18
8	Besar manfaat yang diterima peserta asuransi di <i>state</i> 1, 2, dan 3	24
9	Hasil penghitungan premi tahunan bersih untuk x yang memiliki usia masuk 25–54 tahun	27

DAFTAR GAMBAR

1	Model <i>multi-state</i> penelitian	11
2	<i>Timeline</i> pembayaran tanpa klaim untuk model penelitian	12
3	<i>Timeline</i> pembayaran ketika klaim terjadi sebelum usia 59 tahun untuk model penelitian	12
4	<i>Timeline</i> pembayaran ketika klaim terjadi sebelum usia 59 tahun untuk model penelitian	12
5	Peluang kematian berdasarkan TMJ-22	14
6	Ilustrasi peluang transisi satu tahun pada model <i>multi-state</i>	17
7	Grafik premi tahunan bersih untuk usia masuk 25–54 tahun	27
8	Grafik nilai polis rata-rata untuk usia masuk 25, 40, dan 54 tahun	33

DAFTAR LAMPIRAN

1	Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 45 Tahun 2015 Pasal 15	39
2	Fasilitas sewa kamar, fasilitas tambahan, dan harga sewa per bulan dari Panti Jompo XYZ	40
3	Peluang kematian untuk perempuan berdasarkan TMJ-22	41
4	Peluang transisi antar <i>state</i> satu tahun	42
5	Anuitas <i>state-dependent</i>	43
6	Nilai polis (dalam Rupiah) ketika peserta asuransi berada pada <i>state</i> 0	44
7	Nilai polis (dalam Rupiah) ketika peserta asuransi berada pada <i>state</i> 1	45
8	Nilai polis (dalam Rupiah) ketika peserta asuransi berada pada <i>state</i> 2	46
9	Nilai polis (dalam Rupiah) ketika peserta asuransi berada pada <i>state</i> 3	47
10	Nilai polis (dalam Rupiah) rata-rata	48
11	Kode pemrograman untuk peluang transisi antar <i>state</i> t tahun	49
12	Kode pemrograman untuk anuitas <i>state-dependent</i>	50
13	Kode pemrograman untuk nilai polis setiap <i>state</i>	51
14	Kode pemrograman untuk nilai polis rata-rata	52

I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Manusia merupakan makhluk yang tidak luput dari kesibukan sehari-hari yang di dalamnya terdapat risiko. Pada umumnya, risiko bersifat sulit untuk diprediksi sehingga risiko dapat memberikan kerugian yang sangat besar di masa depan. Salah satu kerugian yang dapat ditimbulkan adalah kerugian finansial yang ditimbulkan oleh kesehatan atau disabilitas.

Berdasarkan penelitian Kementerian Kesehatan Republik Indonesia (2018), penyandang disabilitas tertinggi di Indonesia adalah penduduk dewasa yang berusia 18–59 tahun sebesar 22%. Selain itu, 3,8% penduduk Indonesia yang berusia di atas 60 tahun mengalami disabilitas berat atau total. Data ini menunjukkan bahwa penyandang disabilitas didominasi oleh orang yang memiliki usia produktif untuk bekerja dan semakin bertambahnya usia seseorang, tingkat disabilitas akan semakin memburuk. Dalam penelitian Badan Pusat Statistik (2020) juga dapat disimpulkan bahwa penyandang disabilitas mempunyai akses mendapatkan pekerjaan yang lebih rendah. Keterkaitan ini dapat menimbulkan kesulitan dalam aspek finansial bagi seorang penyandang disabilitas saat tua.

Asuransi merupakan instrumen keuangan yang memberikan perlindungan bagi kesejahteraan ekonomi individu maupun kelompok dari risiko yang mungkin timbul (Fauzi 2019). Dalam kontrak asuransi atau yang disebut polis asuransi, terdapat beberapa pembayaran yang dilakukan oleh pihak yang terlibat dalam asuransi tersebut. Perusahaan asuransi sebagai pelindung peserta asuransi akan memberikan kompensasi atas kerugian yang terjadi kepada peserta asuransi. Sebagai ganti perlindungan tersebut, peserta asuransi membayarkan sejumlah uang kepada perusahaan asuransi yang dinamakan dengan premi (Dickson *et al.* 2020). Dalam hal ini, perusahaan asuransi juga perlu mempertimbangkan kewajibannya dalam menyiapkan sejumlah dana untuk membayar manfaat bagi peserta asuransi yang dinamakan dengan cadangan manfaat (Bachyurah *et al.* 2020). Secara umum, cadangan manfaat mempunyai istilah nilai polis yang merupakan arus kas dalam suatu asuransi.

Salah satu produk asuransi adalah asuransi kesehatan yang termasuk dalam jenis asuransi non-jiwa. Asuransi kesehatan merupakan asuransi yang memberikan manfaat atas kebutuhan kesehatan, seperti perawatan, operasi, atau rehabilitasi akibat kerugian finansial yang terjadi baik secara permanen maupun tidak. Salah satu asuransi kesehatan yang digunakan untuk melindungi kesehatan adalah asuransi *long-term care* (LTC). Asuransi LTC merupakan asuransi yang memberikan bantuan finansial untuk seorang tertanggung yang membutuhkan perawatan medis jangka panjang akibat suatu kondisi atau penyakit (Pitacco 2014).

Produk asuransi LTC dapat diklasifikasikan ke dalam beberapa jenis berdasarkan jenis pembayarannya, di antaranya asuransi LTC yang berdiri sendiri (*stand-alone*), asuransi LTC yang pembayaran manfaatnya digabungkan dengan asuransi jiwa seumur hidup (*ride to whole-life assurance*), asuransi LTC yang pembayaran manfaatnya berdasarkan usia tertentu (*lifetime-related benefits*), dan asuransi LTC yang pembayaran manfaatnya didefinisikan dalam bentuk kenaikan sehubungan dengan pensiun (*life care pensions*) (Pitacco 2016). Produk asuransi LTC *stand-alone* hanya memberikan perlindungan risiko terhadap keadaan

disabilitas peserta asuransi, tidak termasuk manfaat lain seperti ketika terjadi kematian.

Asuransi LTC merupakan asuransi yang dapat dimodelkan dengan model *multi-state*. Manfaat yang diberikan oleh asuransi LTC bergantung pada kondisi kesehatan peserta asuransi LTC. Perubahan kondisi ini menyebabkan peserta asuransi LTC mendapatkan jenis perawatan yang berbeda dibandingkan jenis perawatannya saat ini yang diartikan sebagai transisi *state* (Syamdena *et al.* 2019). Kondisi peserta asuransi LTC dapat dilihat berdasarkan kemampuan dalam mengerjakan *Activities of Daily Living* (ADL) atau kegiatan sehari-hari. Tolak ukur ADL dapat diambil dari berbagai hal, termasuk mengurus diri secara mandiri, seperti makan dan mandi (Okabe *et al.* 2021).

Di Indonesia, perkembangan asuransi LTC melalui beberapa penelitian sudah dijalankan, namun kondisi yang dipakai dalam penelitian adalah kondisi peserta mengalami sakit kritis. Gumauti *et al.* (2019) meneliti premi asuransi LTC untuk penyakit jantung. Syamdena *et al.* (2019) meneliti terkait *actuarial present value* asuransi LTC untuk penyakit diabetes. Putri *et al.* (2022) meneliti pembuatan model untuk produk asuransi LTC untuk penyakit kanker, jantung, dan stroke. Jika penelitian mengenai asuransi LTC ini terus dikembangkan untuk mencari produk asuransi LTC yang optimal di Indonesia, banyak manfaat yang akan diterima baik bagi masyarakat maupun bagi perusahaan asuransi. Seperti hasil penelitian Chen dan Xu (2020) yang mengatakan bahwa implementasi asuransi LTC di China memberikan dampak penurunan pada masalah kesehatan fisik dan mental bagi penerima dan pemberi perawatan.

Pada karya ilmiah ini, dilakukan penentuan premi dan nilai polis asuransi pada produk asuransi LTC *stand-alone*. Pembayaran manfaat dilakukan ketika terjadi transisi kondisi kesehatan peserta, tanpa dibayarkan santunan kematian. Harapannya dengan diadakannya penghitungan ini, produk asuransi LTC di Indonesia dapat lebih berkembang.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari karya ilmiah ini adalah sebagai berikut.

1. Apakah pemodelan asuransi *long-term care* dengan manfaat *stand-alone* menggunakan model *multi-state* dapat dilakukan?
2. Bagaimana perumusan dan penentuan besar premi asuransi *long-term care* dengan manfaat *stand-alone*?
3. Bagaimana penentuan besar nilai polis asuransi *long-term care* dengan manfaat *stand-alone*?

1.3 Tujuan

Tujuan dari karya ilmiah ini adalah sebagai berikut.

1. memodelkan asuransi *long-term care* dengan manfaat *stand-alone* menggunakan model *multi-state*,
2. merumuskan dan menentukan besar premi asuransi *long-term care* dengan manfaat *stand-alone*, serta
3. merumuskan menentukan besar nilai polis asuransi *long-term care* dengan manfaat *stand-alone*.

II LANDASAN TEORI

2.1 Asuransi *Long-term Care Stand Alone*

Berdasarkan Karagiannidou dan Wittenberg (2022), asuransi *long-term care* adalah salah satu produk asuransi kesehatan yang memberikan manfaat kepada pesertanya, terutama lansia, dalam menjalani kehidupan sehari-hari dalam jangka panjang. Manfaat yang diberikan kepada peserta asuransi dapat berupa sejumlah uang atau pelayanan perawatan dalam kondisi tertentu.

Stand-alone policy adalah salah satu jenis manfaat yang dibayarkan oleh asuransi LTC. *Stand-alone policy* memberikan pembayaran manfaat sejumlah tetap dalam suatu periode dalam kasus kebutuhan perawatan jangka panjang (LTC). Jumlah anuitas tersebut dapat didefinisikan sebagai fungsi tingkat kerapuhan (Haberman dan Pitacco 1998).

2.2 Indikator Disabilitas

Disabilitas merupakan keterbatasan seseorang dalam fisik, intelektual, mental, dan/atau sensorik dalam berinteraksi dalam lingkungan (Kemenkes 2018). Indikator disabilitas merupakan indikator yang digunakan untuk mengukur tingkat disabilitas seseorang. Pengukuran disabilitas menjadi salah satu pengetahuan yang digunakan dalam bidang kesehatan dalam membantu pengobatan disabilitas tersebut maupun memprediksi prognosis dari sebuah penyakit (World Health Organization 2010).

2.2.1 *Dissability Assessment Schedule*

Dissability Assessment Schedule (DAS) merupakan salah satu indikator disabilitas yang dikembangkan oleh World Health Organization (WHO) melalui kerangka kerja *International Classification of Functioning, Disability and Health* (ICF). Penilaian DAS dilakukan dengan mengukur tingkat fungsionalitas domain kehidupan seseorang. Terdapat enam domain utama yang diukur, yaitu kesadaran, mobilitas, perawatan diri, interaksi, aktivitas kehidupan, dan partisipasi. Dalam praktik secara umum, DAS dilakukan dengan melakukan kuesioner berisi dua belas pertanyaan yang terkait dengan enam domain yang ada. Indikator DAS disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Indikator penilaian disabilitas menggunakan DAS

No	Indikator	Deskripsi
1	Berdiri	Berdiri dalam jangka waktu yang lama (\pm 30 menit)
2	Kewajiban rumah tangga	Memelihara rumah tangga dan merawat anggota keluarga atau orang lain
3	Belajar	Belajar hal baru dari berbagai kegiatan yang dilakukan
4	Mengikuti komunitas	Mengikuti aktivitas komunitas layaknya orang lain
5	Pengaruh emosional	Dampak kesehatan terhadap aspek emosional
6	Berkonsentrasi	Berkonsentrasi dalam melakukan sesuatu (\pm 10 menit)
7	Berjalan jarak jauh	Kemampuan berpindah tempat dalam jarak jauh (\pm 1 kilometer)
8	Mandi	Membersihkan diri sendiri
9	Memakai pakaian	Mengambil pakaian dari lemari, mengikatkan pada tubuh, dan mengenakan sendiri
10	Berurusan secara sosial	Berinteraksi dengan orang asing atau orang baru
11	Menjaga pertemanan	Berinteraksi dengan teman, menjaga serta mengikuti aktivitas bersama
12	Bekerja/sekolah	Melakukan pekerjaan atau sekolah dengan tepat waktu dan menjalankan pertemuan

Sumber: WHO (2010).

Berdasarkan Tabel 1, tingkat disabilitas dihitung berdasarkan banyaknya indikator yang dapat dilakukan oleh responden kuesioner. Tingkat disabilitas dibagi menjadi “tidak ada disabilitas”, “disabilitas ringan”, “disabilitas sedang”, “disabilitas berat”, dan “disabilitas ekstrem” (WHO 2010).

2.2.2 Indeks Barthel

Activities of Daily Living (ADL) dapat diartikan sebagai kegiatan sehari-hari yang dapat dilakukan oleh seseorang. Secara definisi, ADL merupakan keterampilan seseorang dalam merawat dirinya secara mandiri dalam kegiatan sehari-hari untuk memenuhi kebutuhan pribadi, keluarga, maupun masyarakat.

Indeks Barthel merupakan salah satu indeks untuk mengukur ADL dengan cara mengukur kemampuan dalam perawatan diri dan mobilitas (Slamet 2016). Pengukuran yang dilakukan menggunakan indeks ini bertujuan mengukur tingkat pelayanan keperawatan yang dibutuhkan oleh seorang pasien yang mengalami disabilitas. Berdasarkan Slamet (2016), setidaknya terdapat sepuluh aktivitas yang dinilai menggunakan Indeks Barthel. Aktivitas ini disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Indikator penilaian disabilitas menggunakan Indeks Barthel

No	Indikator	Nilai	
		Mandiri	Dibantu
1	Makan	5	10
2	Transfer dari kursi roda ke tempat tidur dan kembali	5–10	15
3	Higieni personal	0	5
4	Naik dan turun kloset/WC	5	10
5	Mandi	0	5
6	Berjalan di permukaan datar	10	15
7	Naik dan turun tangga	5	10
8	Berpakaian	5	10
9	Mengontrol anus	5	10
10	Mengontrol kantung kemih	5	10

Sumber: Slamet (2016).

Berdasarkan Tabel 2, penilaian yang dilakukan dengan Indeks Barthel menghasilkan rentang penilaian dari 0–100. Hasil dibagi menjadi lima kategori, yaitu “dependen total”, “dependen berat”, “dependen sedang”, “dependen ringan”, dan “*independent/mandiri*”.

2.3 Bunga dan Faktor Diskon

Bunga dapat dianggap sebagai imbalan yang dibayarkan oleh seseorang atau organisasi (peminjam) untuk penggunaan aset, yang disebut sebagai modal, yang dimiliki oleh orang atau organisasi lain (pemberi pinjaman). Bunga yang berlaku dalam satu periode disebut dengan tingkat bunga efektif (Garret 2013).

Berdasarkan Kellison (2009), faktor diskon merupakan faktor yang digunakan untuk menghitung jumlah awal yang harus diinvestasikan sehingga menghasilkan 1 pada akhir periode. Misalkan suatu bunga dinotasikan dengan r , maka faktor diskon dinyatakan dengan persamaan (1).

$$v = \frac{1}{1+r}. \quad (1)$$

2.4 Model Bertahan Hidup

Misalkan (x) adalah individu yang hidup di usia x , dengan $x \geq 0$. Misalkan T_x adalah peubah acak kontinu yang memodelkan sisa waktu hidup (x) , maka kematian (x) dapat terjadi secara acak di usia $x + T_x$ (Dickson *et al.* 2020).

2.4.1 Fungsi Sebaran Kumulatif

Misalkan $F_x(t)$ atau dalam aktuaria dinotasikan dengan ${}_tq_x$ adalah fungsi sebaran kumulatif dari T_x yang menyatakan peluang (x) tidak hidup melebihi usia $x + t$. Berdasarkan Dickson *et al.* (2020), persamaan dapat dinyatakan secara matematis sebagai berikut.

$$\begin{aligned} {}_tq_x &= F_x(t) \\ &= \Pr(T_x \leq t). \end{aligned}$$

2.4.2 Fungsi Sebaran *Survival*

Misalkan $S_x(t)$ atau dalam aktuaria dinotasikan dengan ${}_t p_x$ adalah fungsi sebaran *survival* dari T_x yang menyatakan peluang (x) hidup melebihi usia $x + t$. Berdasarkan Dickson *et al.* (2020), persamaan dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= S_x(t) \\ &= \Pr(T_x \geq t). \end{aligned}$$

2.5 Model *Multi-state*

Model *multi-state* merupakan model yang digunakan dalam asuransi yang bergantung kepada status atau keadaan. Model ini dapat digunakan dalam asuransi yang bergantung kepada kesehatan peserta asuransi atau asuransi yang memberikan manfaat tambahan untuk kecelakaan. Keadaan peserta asuransi didapatkan secara stokastik.

Proses stokastik adalah kumpulan peubah acak yang menggambarkan perubahan seiring berjalannya waktu dari suatu proses. Proses stokastik dimisalkan sebagai $[S(t), t \in T]$ untuk setiap $t \in T$ dan $S(t)$ adalah peubah acak. Indeks t diinterpretasikan sebagai waktu dan $S(t)$ merujuk ke *state* sebuah proses ketika di waktu t (Ross 2010).

2.5.1 Rantai Markov

Rantai Markov merujuk pada proses stokastik dengan peristiwa di masa depan tidak dipengaruhi oleh peristiwa masa lalu jika kita memiliki pengetahuan tentang kejadian saat ini (Asyrofi *et al.* 2023). Rantai Markov merupakan sebuah metode analisis yang efektif untuk eksplorasi data berurutan. Rantai Markov ini dapat diterapkan dalam analisis data sekuensial dan untuk meramalkan variasi dalam proses acak (He dan Jiang 2017).

Rantai Markov digunakan dengan memisalkan $[S_t, t = 0, 1, 2, \dots]$ sebagai proses stokastik dengan kemungkinan yang berhingga. Misalkan proses terjadi di *state* i pada waktu t , maka ada peluang pasti p_{ij} bahwa proses selanjutnya berada di *state* j . Ross (2010) menyatakan bahwa secara matematis sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \Pr[S_{t+1} = j | S_t = i, S_{t-1} = i_{t-1}, \dots, S_1 = i_1, S_0 = i_0] &= \Pr[S_{t+1} = j | S_t = i] \\ &= p_{ij}. \end{aligned}$$

2.5.2 Peluang Transisi

Berdasarkan Dickson *et al.* (2020), dalam model *multi-state*, dimisalkan S merupakan peubah acak yang menandakan *state* seseorang, sehingga $S(x)$ merupakan *state* seseorang yang berusia x , dengan $S(x) = \{0, 1, \dots, m\}$. Peluang transisi dapat diartikan sebagai peluang individu berusia x saat ini berada di *state* i berada di *state* j pada usia $x + t$ untuk $x, t \geq 0$. Secara matematis dibuat persamaan (2) sebagai berikut.

$${}_t p_x^{ij} = \Pr[S(x + t) = j | S(x) = i]. \quad (2)$$

2.5.3 Matriks Peluang Transisi

Dickson *et al.* (2020) menyatakan matriks peluang transisi digunakan untuk mempermudah visualisasi peluang transisi ${}_t p_x^{ij}$. Misalkan model *multi-state* dengan $m + 1$ states. Matriks peluang transisi M_x adalah matriks berukuran $(m + 1) \times (m + 1)$. Secara matematis dibuat persamaan (3) sebagai berikut.

$$M_x = \begin{pmatrix} p_x^{00} & p_x^{01} & \cdots & p_x^{0m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_x^{m0} & p_x^{m1} & \cdots & p_x^{mm} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

2.5.4 Persamaan Chapman-Kolmogorov

Persamaan Chapman-Kolmogorov merupakan rumus rekursif dalam rantai Markov (Dickson *et al.* 2020). Misalkan rantai Markov dengan $m + 1$ states, yaitu dengan ruang state $K = \{0, 1, \dots, m\}$. Untuk semua bilangan bulat taknegatif t dan s , serta untuk setiap state $i, j \in K$ (i dan j mungkin merupakan state yang sama), dapat didefinisikan dengan persamaan (4) sebagai berikut.

$${}_{t+s} p_x^{ij} = \sum_{k=0}^m {}_t p_x^{ik} {}_s p_{x+t}^{kj}. \quad (4)$$

2.6 Anuitas

Anuitas merupakan serangkaian pembayaran yang diberikan pada interval waktu tertentu, baik dalam periode tetap maupun tidak. Periode pembayaran anuitas dapat berupa pembayaran bulanan, kuartalan, maupun tahunan. Berdasarkan waktu pembayarannya, anuitas dibagi menjadi dua, yaitu anuitas akhir (*annuity-immediate*) yang dibayarkan setiap akhir periode dan anuitas awal (*annuity-due*) yang dibayarkan setiap awal periode.

Pembayaran anuitas dapat dipengaruhi oleh faktor yang tidak pasti, seperti usia seseorang. Anuitas ini dinamakan anuitas hidup atau *life annuity* (Vaaler dan Daniel 2009). Misalkan peubah acak sisa waktu hidup (x) yang tercacah adalah K_x , dengan $K_x = [T_x]$, sehingga K_x dapat dianggap sebagai jumlah tahun penuh hidup di masa depan oleh (x) (Dickson *et al.* 2020). Anuitas hidup menggunakan konsep peubah acak K_x .

2.6.1 Anuitas Awal Seumur Hidup

Misalkan terdapat pembayaran setiap awal periode sebesar 1 satuan kepada (x) selama masih hidup dan Y merupakan peubah acak dari pembayaran anuitas. Berdasarkan Dickson *et al.* (2020), peubah acak Y dinotasikan sebagai berikut.

$$Y = \ddot{a}_{\overline{K_x+1}|}.$$

Nilai sekarang harapan atau *expected present value* (EPV) dari rangkaian pembayaran ini dapat dirumuskan dengan persamaan (5) sebagai berikut.

$$E(Y) = \ddot{a}_x = 1 + v p_x + v^2 {}_2 p_x + v^3 {}_3 p_x + \cdots = \sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_t p_x. \quad (5)$$

2.6.2 Anuitas Awal Berjangka

Misalkan terdapat pembayaran setiap awal periode sebesar 1 satuan kepada (x) selama maksimal n periode dan Y merupakan peubah acak dari pembayaran anuitas. Berdasarkan Dickson *et al.* (2020), peubah acak Y dinotasikan sebagai berikut.

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{K_x+1}|}, & x < 0 \\ \ddot{a}_{\overline{n}|}, & x \geq 0 \end{cases}$$

sehingga peubah acak Y dinotasikan sebagai berikut.

$$Y = \ddot{a}_{\overline{\min(K_x+1, n)}|}$$

EPV dari rangkaian pembayaran ini dapat dirumuskan dengan persamaan (6) sebagai berikut.

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1 + v p_x + v^2 {}_2p_x + v^3 {}_3p_x + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_x = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x. \quad (6)$$

2.6.3 Anuitas Ditunda

Berdasarkan Dickson *et al.* (2020), anuitas ditunda merupakan anuitas pasti yang memiliki serangkaian pembayaran dengan pembayaran pertama dilakukan pada waktu tertentu. Misalkan seseorang berusia x membayarkan anuitas yang dimulai pada usia $x + u$, dengan u merupakan bilangan bulat dan pembayaran dilakukan seumur hidup, maka EPV dapat dibuat secara matematis pada persamaan (7) sebagai berikut.

$${}_u|\ddot{a}_x = v^u {}_u p_x + v^{u+1} {}_{u+1}p_x + v^{u+2} {}_{u+2}p_x + \dots = \sum_{t=u}^{\infty} v^t {}_t p_x. \quad (7)$$

Persamaan ini berhubungan dengan persamaan anuitas hidup seumur hidup dan anuitas hidup berjangka. Anuitas awal ditunda dapat diubah menjadi persamaan (8) sebagai berikut.

$${}_u|\ddot{a}_x = \sum_{t=u}^{\infty} v^t {}_t p_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_t p_x - \sum_{t=0}^{u-1} v^t {}_t p_x = \ddot{a}_x - \ddot{a}_{x:\overline{u}|}. \quad (8)$$

2.6.4 Anuitas Awal Berjangka *State-dependent*

Anuitas *state-dependent* merupakan anuitas hidup yang bersifat kondisional dan bergantung pada *state* yang spesifik. Berdasarkan Dickson *et al.* (2020), misalkan seseorang berusia x berada di *state* i dan pembayaran dilakukan setiap awal periode sebesar satu satuan selama (x) berada pada *state* j dan anuitas dibayarkan selama periode n tahun. Secara matematis EPV anuitas dirumuskan dengan persamaan (9) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{ij} &= {}_0p_x^{ij} + v^1 {}_1p_x^{ij} + v^2 {}_2p_x^{ij} + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_x^{ij} \\
&= 1 + v^1 {}_1p_x^{ij} + v^2 {}_2p_x^{ij} + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_x^{ij} \\
&= \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x^{ij}.
\end{aligned} \tag{9}$$

2.7 Premi Asuransi

Premi merupakan sejumlah uang yang dibayarkan peserta asuransi kepada perusahaan asuransi sebagai ganti atas perlindungan yang diberikan oleh perusahaan asuransi melalui polis. Premi dibedakan menjadi dua jenis, yaitu premi bersih dan premi kotor. Perbedaannya adalah premi bersih dan premi kotor adalah terdapatnya faktor pengeluaran selain manfaat asuransi pada penghitungan premi kotor (Dickson *et al.* 2020).

Dalam membuat produk asuransi yang baik, perusahaan asuransi perlu menentukan harga premi yang tepat. Penghitungan premi dapat dilakukan secara individu atau kelompok, namun secara umum dilakukan secara individu. Dalam menghitung premi untuk perlindungan asuransi kesehatan, faktor utama yang dipertimbangkan adalah frekuensi klaim, sementara ukuran klaim hanya relevan untuk perlindungan asuransi yang mengganti biaya (Pitacco 2014).

Penghitungan premi dapat menggunakan prinsip kesetaraan. Berdasarkan prinsip kesetaraan, premi ditetapkan sedemikian rupa sehingga nilai harapan dari peubah acak kerugian pada masalah tersebut adalah nol. Menggunakan prinsip ini diperoleh persamaan (10) sebagai berikut.

$$EPV_{@0}(\text{future premium}) = EPV_{@0}(\text{future benefit}). \tag{10}$$

Dalam model *multi-state*, diasumsikan premi dihitung menggunakan prinsip kesetaraan dan berada di *state* 0 pada tanggal dimulainya polis (Dickson *et al.* 2020).

2.8 Nilai Polis Asuransi

Nilai polis merupakan nilai yang diharapkan dari arus kas bersih untuk polis yang sedang berlaku. Penghitungan nilai polis berbeda untuk asuransi yang memiliki jenis premi bersih dan jenis premi kotor karena terdapat faktor pengeluaran selain manfaat asuransi. Perhitungan premi dapat dihitung menggunakan metode prospektif dan metode retrospektif.

Metode Prospektif merujuk pada jumlah cadangan yang mempertimbangkan pengeluaran yang akan terjadi di masa depan. Dengan kata lain, dengan metode ini, penghitungan nilai polis didasarkan pada selisih antara nilai saat ini dari manfaat yang akan dibayarkan dan nilai saat ini dari premi yang akan diterima (Wibowo *et al.* 2021). Misalkan ${}_tV$ merupakan nilai polis di waktu t , maka dengan menggunakan metode ini, diperoleh persamaan (11) sebagai berikut.

$${}_tV = EPV_{@t}(\text{future benefit}) - EPV_{@t}(\text{future premium}). \tag{11}$$



III METODE

3.1 Data Penelitian

Pada penelitian ini digunakan data Tabel Mortalitas Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (BPJS) Ketenagakerjaan 2022 (TMJ-22) yang diterbitkan oleh BPJS Ketenagakerjaan pada tahun 2022 dan angka proporsi disabilitas dalam Laporan Nasional Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas) Tahun 2018 oleh Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan Kementerian Kesehatan Republik Indonesia (Kemenkes RI), dan data tingkat bunga yang mengikuti *BI rate*.

3.2 Desain Polis Penelitian

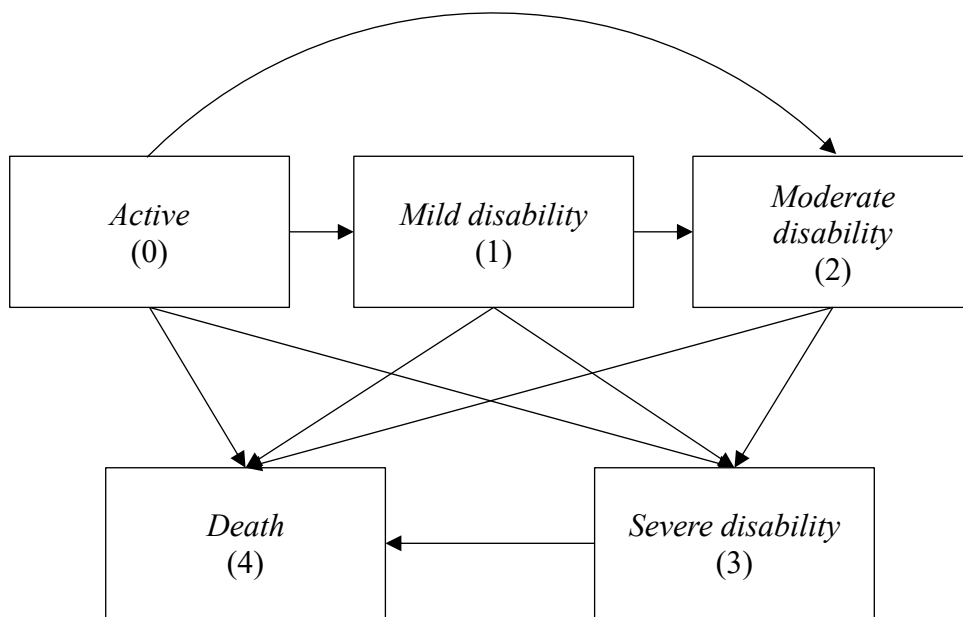
Desain polis asuransi LTC pada penelitian ini menggunakan asumsi-asumsi sebagai berikut.

1. premi asuransi yang digunakan adalah premi berjangka yang dibayarkan setiap awal tahun ketika kondisi peserta asuransi sehat hingga usia pensiun normal pada tahun 2024 yaitu 59 tahun yang diasumsikan berdasarkan Peraturan Pemerintah (PP) Nomor 45 Tahun 2015 tentang Penyelenggaraan Program Jaminan Pensiun (Badan Pemeriksa Keuangan 2015). Detail mengenai peraturan ini disajikan pada Lampiran 1,
2. usia masuk minimal peserta asuransi adalah 25 tahun dan usia masuk maksimal peserta asuransi adalah 54 tahun,
3. peserta asuransi hanya bisa membeli asuransi ketika berada dalam keadaan sehat atau aktif,
4. tingkat bunga konstan sesuai dengan *BI rate* tahunan per Januari 2024,
5. manfaat dibayarkan melalui anuitas akhir setiap tahun ketika terjadi klaim dan peserta terindikasi memasuki kondisi LTC,
6. jumlah pembayaran manfaat yang diberikan bergantung kepada indikasi tingkat disabilitas peserta asuransi ketika terjadi klaim,
7. peserta dapat melakukan klaim lebih dari satu kali,
8. jika peserta asuransi terindikasi mengalami perubahan pada tingkat disabilitas, maka jumlah manfaat yang didapatkan oleh peserta asuransi mengikuti tingkat disabilitas terakhir peserta asuransi,
9. tidak ada pembayaran manfaat ketika peserta meninggal.

3.3 Model Penelitian

Model penelitian yang digunakan adalah sebagai berikut.

1. Model penelitian menggunakan model asuransi LTC yang diberikan Dickson *et al.* (2020) dengan modifikasi kemungkinan transisi *state* dan nama *state* sesuai dengan yang diberikan Shang *et al.* (2023), yaitu “*Active*”, “*Mild disability*”, “*Moderate disability*”, “*Severe disability*”, dan “*Death*”. Model asuransi yang digunakan disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1 Model *multi-state* penelitian

Berdasarkan Gambar 1, model yang digunakan memiliki lima *states* dengan asumsi bahwa setiap transisi antar *state* hanya terjadi satu arah, sehingga peluang peserta asuransi kembali ke *state* sebelumnya adalah nol atau tidak mungkin. Setiap *state* dapat berpindah ke *state* yang lebih tinggi, seperti *state* 0 yang berpindah ke *state* 1, 2, 3, dan 4, baik secara langsung maupun melewati *state* lain terlebih dahulu *state* 4 merupakan *state* penyerap yang merupakan *state* terakhir dalam model ini.

2. Indikator disabilitas yang digunakan dalam model ini disajikan dalam Tabel 3.

Tabel 3 *States* untuk model penelitian

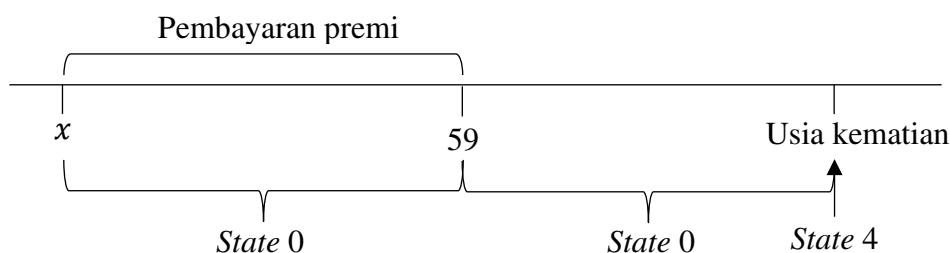
<i>State</i>	Deskripsi
<i>Active</i> (0)	Terindikasi dapat melakukan 5 atau lebih (≥ 5) ADL
<i>Mild disability</i> (1)	Terindikasi dapat melakukan 4 ADL
<i>Moderate disability</i> (2)	Terindikasi dapat melakukan 1-3 ADL
<i>Severe disability</i> (3)	Terindikasi tidak dapat melakukan ADL atau masalah kognitif
<i>Death</i> (4)	Meninggal

Berdasarkan Tabel 3, indikator disabilitas yang digunakan mengacu pada indikator umum DAS dan Indeks Barthel. Dengan mempertimbangkan kedua indikator, jumlah ADL yang digunakan untuk menentukan *state* peserta asuransi adalah rata-rata dari hasil penilaian masing-masing indikator.

3. Model pembayaran manfaat mengikuti pembayaran *stand-alone* dengan *timeline* seperti yang diberikan Pitacco (2014) dan dimodifikasi sesuai dengan desain polis. Ilustrasi model pembayaran manfaat yang digunakan disajikan pada Gambar 2, 3, dan 4.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

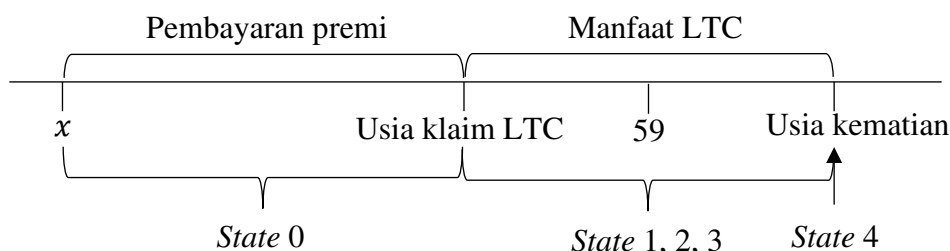
- Tidak ada klaim



Gambar 2 *Timeline* pembayaran tanpa klaim untuk model penelitian

Berdasarkan Gambar 2, model pembayaran pertama adalah ketika tidak ada klaim yang terjadi masa pertanggungansan polis, maka peserta asuransi berkewajiban membayar premi hingga usia 59 tahun dan tidak mendapatkan manfaat apapun hingga terjadi kematian.

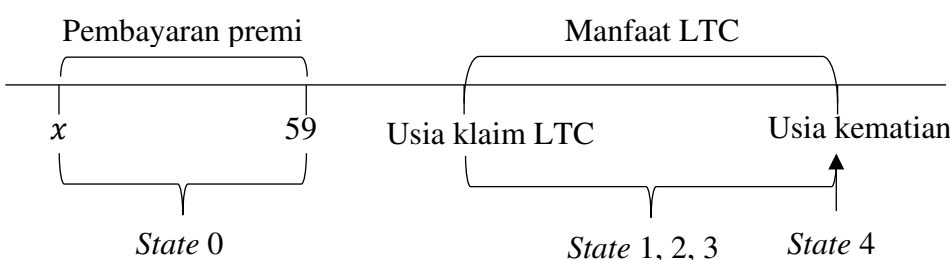
- Ada klaim
 Kasus 1 – Klaim sebelum usia 59 tahun



Gambar 3 *Timeline* pembayaran ketika klaim terjadi sebelum usia 59 tahun untuk model penelitian

Berdasarkan Gambar 3, model pembayaran kedua adalah ketika terjadi klaim sebelum peserta asuransi berusia 59 tahun, maka pembayaran premi oleh peserta asuransi dihentikan dan peserta asuransi mendapatkan manfaat sesuai dengan kondisi *state* peserta sampai peserta asuransi meninggal setiap akhir tahun.

- Kasus 2 – Klaim setelah usia 59 tahun



Gambar 4 *Timeline* pembayaran ketika klaim terjadi sebelum usia 59 tahun untuk model penelitian

Berdasarkan Gambar 4, model pembayaran ketiga adalah ketika terjadi klaim setelah peserta asuransi berusia 59 tahun, maka peserta asuransi berkewajiban membayar premi hingga usia 59 tahun dan peserta asuransi mendapatkan manfaat sesuai dengan kondisi *state* peserta sampai peserta asuransi meninggal setiap akhir tahun.

3.4 Tahapan Penelitian

Tahapan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. menyusun data hipotetik dan asumsi yang digunakan,
2. menyusun dan menghitung peluang transisi antar *state* sesuai model yang digunakan,
3. menghitung nilai sekarang harapan dari pembayaran premi dan pembayaran manfaat asuransi LTC,
4. menghitung premi bersih tahunan asuransi LTC menggunakan prinsip kesetaraan,
5. menghitung nilai polis asuransi LTC menggunakan metode prospektif.

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



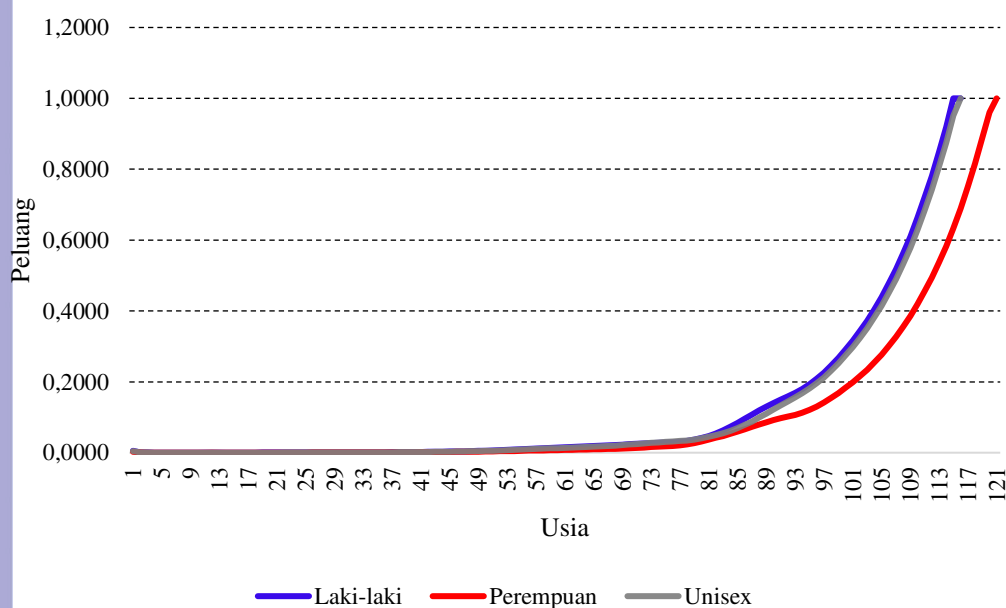
IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Penyusunan Data Hipotetik dan Penentuan Asumsi

Pada karya ilmiah ini, diteliti asuransi asuransi *long-term care stand-alone* dengan model *multi-state* dengan *states* sebanyak lima. Peluang transisi antar *state* yang digunakan dalam penelitian ini bersifat hipotetik dengan menggunakan data TMJ-22 dan angka proporsi disabilitas dalam Riskesdas 2018. Penentuan asumsi juga dilakukan terhadap data hipotetik yang digunakan sesuai dengan kaidah ilmu aktuaria yang ada.

4.1.1 Data Tabel Mortalitas BPJS Ketenagakerjaan 2022

TMJ-22 berisi peluang kematian penduduk Indonesia, khususnya segmen pekerja. Peluang kematian dimisalkan dengan notasi q_x . Terdapat tiga peluang kematian yang disajikan dalam TMJ-22, yaitu peluang kematian laki-laki, peluang kematian perempuan, dan peluang kematian *unisex*. Grafik sebaran peluang kematian TMJ-22 disajikan dalam Gambar 5.



Gambar 5 Peluang kematian berdasarkan TMJ-22

Berdasarkan Gambar 5, peluang terjadinya kematian memiliki sebaran yang hampir sama untuk ketiga jenis *gender* yang digunakan, dengan peluang kematian yang semakin tinggi seiring bertambahnya usia. Usia laki-laki dan *unisex* dapat disimpulkan lebih singkat dibandingkan tingkat kematian perempuan. Hal ini terlihat melalui peluang kematian laki-laki dan *unisex* mencapai angka 1 pada usia 115 tahun, sedangkan peluang kematian perempuan mencapai angka 1 pada usia 120 tahun.

Pada penelitian ini, hanya digunakan data peluang kematian bagi perempuan dari usia 25–120 tahun. Data lengkap peluang kematian bagi perempuan disajikan dalam Lampiran 2.

4.1.2 Data Angka Proporsi Disabilitas berdasarkan Riset Kesehatan Dasar 2018

Riskesmas 2018 merupakan hasil riset yang digunakan untuk memberi gambaran kesehatan di Indonesia terkait status kesehatan, pelayanan kesehatan, perilaku kesehatan, dan kesehatan lingkungan (Kemenkes 2018). Dalam penelitian ini, angka proporsi disabilitas digunakan sebagai peluang transisi antar *state*.

Asumsi untuk angka proporsi disabilitas yang digunakan dibagi menjadi dua, yaitu proporsi disabilitas dewasa untuk usia 25–59 tahun menggunakan indikator DAS dan proporsi disabilitas lansia untuk usia ≥ 60 tahun menggunakan indikator Indeks Barthel. Data angka proporsi disabilitas disajikan dalam Tabel 4 dan 5.

Tabel 4 Angka proporsi disabilitas dewasa

Kelompok usia	Tingkat disabilitas			
	Tidak ada kesulitan	Kesulitan ringan	Kesulitan sedang	Kesulitan berat/Tidak mampu
25–34	70,80%	20,10%	8,50%	0,60%
35–44	70,20%	20,30%	8,70%	0,80%
45–54	65,90%	21,90%	10,70%	1,50%
55–59	59,50%	24,20%	13,40%	2,90%

Sumber: Kemenkes (2018).

Tabel 5 Angka proporsi disabilitas lansia

Kelompok usia	Tingkat ketergantungan				
	Mandiri	Tergantung ringan	Tergantung sedang	Tergantung berat	Tergantung total
60–69	80,30%	17,51%	0,60%	0,53%	1,06%
70–79	68,09%	27,22%	1,50%	1,33%	1,86%
80+	50,04%	38,03%	3,97%	3,56%	4,40%

Sumber: Kemenkes (2018).

Berdasarkan Tabel 4 dan 5, terdapat beberapa kejanggalan pada kedua jenis angka proporsi. Jumlah tingkat disabilitas dalam angka proporsi disabilitas dewasa berbeda dengan angka proporsi disabilitas lansia, sehingga perlu dilakukan penyesuaian untuk angka proporsi disabilitas lansia. Selain itu, terdapat hasil yang kurang signifikan ketika terjadi perubahan penggunaan indikator disabilitas, yaitu antara usia 59 dan 60 tahun. Pada tingkat “Tidak ada kesulitan” terlihat bahwa angka proporsi disabilitas dewasa berangsur menurun dan kembali meningkat pada angka proporsi disabilitas lansia tingkat “Mandiri”. Hal yang serupa juga terjadi pada tingkat “Kesulitan ringan”, “Kesulitan sedang”, dan “Kesulitan berat/Tidak mampu” yang pada angka proporsi disabilitas dewasa berangsur naik namun kembali turun pada angka proporsi disabilitas lansia tingkat “Tergantung ringan”, “Tergantung sedang”, “Tergantung berat”, dan “Tergantung total”.

Modifikasi terhadap kedua angka proporsi dilakukan untuk menghilangkan kejanggalan ini. Modifikasi pertama dilakukan untuk menyamakan jenis tingkat disabilitas kedua angka proporsi, diasumsikan angka proporsi “Tergantung berat” dan “Tergantung total” adalah untuk kasus yang sama, maka keduanya dijumlahkan. Modifikasi kedua dilakukan terhadap angka proporsi dewasa dengan

menjumlahkan angka proporsi “Tidak ada kesulitan” dengan “Kesulitan ringan” serta membagi angka proporsi “Kesulitan berat/Tidak mampu” secara proporsional sebesar 20% dan 80%, sehingga setara dengan angka proporsi disabilitas lansia. Pembagian secara proporsional dilakukan dengan perumusan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} &\text{Tergantung sedang} \approx 0,2(\text{Kesulitan berat/Tidak mampu}). \\ &\text{Tergantung berat/total} \approx 0,8(\text{Kesulitan berat/Tidak mampu}). \end{aligned}$$

Modifikasi juga dilakukan dengan menyesuaikan nama tingkat disabilitas dengan nama *state* pada model asuransi. Hasil modifikasi angka proporsi disabilitas lansia disajikan dalam Tabel 6.

Tabel 6 Angka proporsi disabilitas yang dimodifikasi

Kelompok usia	Tingkat disabilitas			
	<i>Active</i>	<i>Mild disability</i>	<i>Moderate disability</i>	<i>Severe disability</i>
25–34	90,90%	8,50%	0,12%	0,48%
35–44	90,50%	8,70%	0,16%	0,64%
45–54	87,80%	10,70%	0,30%	1,20%
55–59	83,70%	13,40%	0,58%	2,32%
60–69	80,30%	17,51%	0,60%	1,59%
70–79	68,09%	27,22%	1,50%	3,19%
80+	50,04%	38,03%	3,97%	7,96%

Untuk mempermudah dalam membaca angka proporsi disabilitas dewasa dan angka proporsi disabilitas lansia pada Tabel 6, dibuat notasi sebagai berikut.

- $Prop0_x$ = Angka proporsi disabilitas *state* “Active” untuk usia x .
- $Prop1_x$ = Angka proporsi disabilitas *state* “Mild disability” untuk usia x .
- $Prop2_x$ = Angka proporsi disabilitas *state* “Moderate disability” untuk usia x .
- $Prop3_x$ = Angka proporsi disabilitas *state* “Severe disability” untuk usia x .

4.1.3 Data Tingkat Bunga dan Faktor Diskon

Tingkat bunga yang digunakan mengacu pada BI *rate* per Januari 2024, yaitu $r = 6\%$ (BI 2024). Tingkat bunga diasumsikan sebagai tingkat bunga efektif. Faktor diskon dihitung menggunakan persamaan (1), sehingga besar faktor diskon adalah

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{1+r} \\ &= \frac{1}{1+0,06} \\ &= 0,9433. \end{aligned}$$

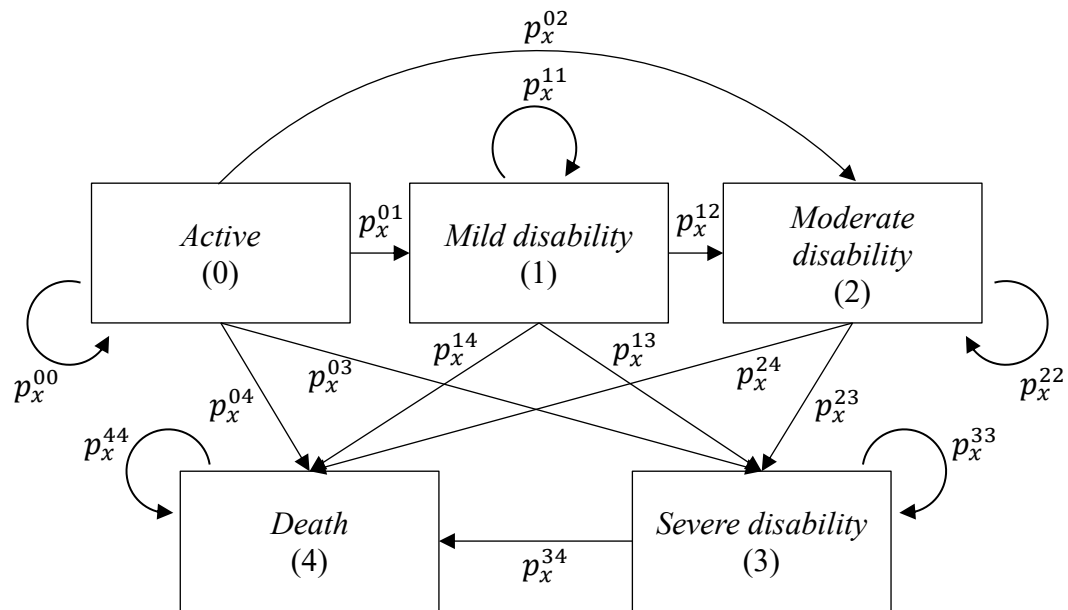
4.2 Penyusunan Peluang Transisi antar *State*

4.2.1 Peluang Transisi antar *State* Satu Tahun

Peluang transisi antar *state* satu tahun merupakan peluang transisi dari *state* i dan berakhir di *state* j dalam periode waktu satu tahun ($t = 1$). Peluang transisi menggunakan peluang yang bersumber dari TMJ-22 dan Riskesdas 2018. Berdasarkan persamaan matematika dalam persamaan (5), peluang transisi antar *state* satu tahun dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$p_x^{ij} = \Pr[S(x + 1) = j | S(x) = i].$$

Sesuai dengan model *multi-state* yang digunakan dalam penelitian pada Gambar 1, peluang transisi *state* berada di antara dua *state*. Peluang transisi *state* diilustrasikan dalam Gambar 6.



Gambar 6 Ilustrasi peluang transisi satu tahun pada model *multi-state*

Berdasarkan Gambar 6, peluang transisi antar *state* terjadi pada setiap kemungkinan terjadinya perpindahan *state*. Pada model ini diasumsikan bahwa tidak terjadi transisi kembali ke *state* sebelumnya, sehingga jumlah peluang transisi antar *state* dari *state* i sebesar $4 - i$. Asumsi yang digunakan dalam penghitungan peluang transisi antar *state* satu tahun pada Gambar 4 yaitu menggunakan data hipotetik yang ada. Asumsi penghitungan secara menyeluruh disajikan dalam Tabel 7.

Tabel 7 Asumsi penghitungan peluang transisi satu tahun

Notasi	Perumusan	Interval x
p_x^{00}	$(1 - p_x^{04})(Prop0_x)$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{01}	$(1 - p_x^{04})(Prop1_x)$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{02}	$(1 - p_x^{04})(Prop2_x)$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{03}	$(1 - p_x^{04})(Prop3_x)$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{04}	q_x	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{11}	$(1 - p_x^{14}) \sum_{k=0}^1 Propk_x$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{12}	$(1 - p_x^{14})(Prop2_x)$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{13}	$(1 - p_x^{14})(Prop3_x)$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{14}	$1,2q_x$	$25 \leq x < 118$
	1	$118 \leq x < 120$
p_x^{22}	$(1 - p_x^{24}) \sum_{k=0}^2 Propk_x$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{23}	$(1 - p_x^{24})(Prop3_x)$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{24}	$1,2^2q_x$	$25 \leq x < 116$
	1	$116 \leq x \leq 120$
p_x^{33}	$(1 - p_x^{34}) \sum_{k=0}^3 Propk_x$	$25 \leq x \leq 120$
p_x^{34}	$1,2^3q_x$	$25 \leq x < 113$
	1	$113 \leq x < 120$
p_x^{44}	1	$25 \leq x \leq 120$

Berdasarkan Tabel 7, penghitungan peluang transisi antar *state* satu tahun menggunakan asumsi sehingga jumlah peluang untuk setiap transisi *state* adalah 1. Peluang transisi dari *state* 1 ke *state* 4 diasumsikan 1,2 kali lebih besar atau 20% lebih besar dibandingkan peluang transisi dari *state* 0 ke *state* 4 dan diasumsikan terus bertambah 1,2 kali lebih besar jika transisi terjadi dari *state* yang lebih tinggi, karena peluang kematian yang disebabkan disabilitas berat lebih tinggi dibandingkan kematian yang disebabkan disabilitas yang lebih ringan. Hasil penghitungan peluang transisi antar *state* satu tahun secara lengkap disajikan dalam Lampiran 3.

4.2.2 Perumusan Matriks Peluang Transisi

Pada penelitian ini, digunakan *multi-state model* dengan jumlah lima *states*. Untuk memudahkan penghitungan masing-masing peluang transisi, matriks peluang transisi digunakan sesuai dengan persamaan (3). Matriks peluang transisi dibuat berdasarkan pergerakan *state* pada desain polis, sehingga matriks peluang transisi memiliki dimensi 5×5 . Matriks peluang transisi menjadi matriks berikut.

$$M_x = \begin{pmatrix} p_x^{00} & p_x^{01} & p_x^{02} & p_x^{03} & p_x^{04} \\ p_x^{10} & p_x^{11} & p_x^{12} & p_x^{13} & p_x^{14} \\ p_x^{20} & p_x^{21} & p_x^{22} & p_x^{23} & p_x^{24} \\ p_x^{30} & p_x^{31} & p_x^{32} & p_x^{33} & p_x^{34} \\ p_x^{40} & p_x^{41} & p_x^{42} & p_x^{43} & p_x^{44} \end{pmatrix}.$$

Dengan menyesuaikan asumsi arah transisi *state* pada model desain polis, matriks peluang transisi diubah menjadi matriks berikut.

$$M_x = \begin{pmatrix} p_x^{00} & p_x^{01} & p_x^{02} & p_x^{03} & p_x^{04} \\ 0 & p_x^{11} & p_x^{12} & p_x^{13} & p_x^{14} \\ 0 & 0 & p_x^{22} & p_x^{23} & p_x^{24} \\ 0 & 0 & 0 & p_x^{33} & p_x^{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_x^{44} \end{pmatrix}.$$

Karena p_x^{44} merupakan peluang transisi dari *state* 4 ke *state* 4 dalam satu tahun dan *state* 4 merupakan *state* penyerap, maka $p_x^{44} = 1$, sehingga matriks dapat dibuat menjadi persamaan (12) sebagai berikut.

$$M_x = \begin{pmatrix} p_x^{00} & p_x^{01} & p_x^{02} & p_x^{03} & p_x^{04} \\ 0 & p_x^{11} & p_x^{12} & p_x^{13} & p_x^{14} \\ 0 & 0 & p_x^{22} & p_x^{23} & p_x^{24} \\ 0 & 0 & 0 & p_x^{33} & p_x^{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

4.2.3 Peluang Transisi antar *State* t Tahun

Peluang transisi antar *state* t merupakan peluang transisi antar *state* untuk t periode ke depan. Peluang transisi t tahun didapatkan dengan menggunakan konsep persamaan Chapman-Kolmogorov dengan menggunakan peluang transisi antar *state* satu tahun. Penghitungan menggunakan konsep persamaan (4) dengan $s = 1$ dan $m = 3$, dapat dirumuskan menjadi persamaan berikut.

$${}_{t+1}p_x^{ij} = \sum_{k=0}^3 {}_t p_x^{ik} p_{x+t}^{kj}.$$

Penulisan persamaan diubah agar dapat dihitung ${}_t p_x^{ij}$ dengan mengubah menjadi $t - 1$. Perubahan juga dilakukan pada m karena bergantung pada *state* i dan j sesuai model, sehingga persamaan dapat dibuat menjadi persamaan berikut.

$${}_t p_x^{ij} = \sum_{k=0}^m {}_{t-1} p_x^{ik} p_{x+t-1}^{kj}.$$

Penghitungan peluang transisi hanya dilakukan untuk $i = 0, 1, 2$, dan 3 , sedangkan peluang transisi antar *state* t tahun untuk $i = 4$ dan $j = 4$ tidak dihitung karena *state* 4 merupakan *state* penyerap dan memiliki peluang pasti yaitu 1.

Peluang transisi antar *state* t tahun untuk $i = 0$ memiliki empat kemungkinan *states* tujuan, yaitu *state* 0, 1, 2, dan 3 dengan k merupakan kemungkinan *state* yang

dilewati ketika melakukan transisi. Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 0, j = 0$, dan $k = 0$ adalah

$${}_t p_x^{00} = {}_{t-1} p_x^{00} p_{x+t-1}^{00}$$

Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 0, j = 0$, dan $k = 0, 1$ adalah

$${}_t p_x^{01} = {}_{t-1} p_x^{00} p_{x+t-1}^{01} + {}_{t-1} p_x^{01} p_{x+t-1}^{11}$$

Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 0, j = 2$, dan $k = 0, 1, 2$ adalah

$${}_t p_x^{02} = {}_{t-1} p_x^{00} p_{x+t-1}^{02} + {}_{t-1} p_x^{01} p_{x+t-1}^{12} + {}_{t-1} p_x^{02} p_{x+t-1}^{22}$$

Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 0, j = 3$, dan $k = 0, 1, 2, 3$ adalah

$${}_t p_x^{03} = {}_{t-1} p_x^{00} p_{x+t-1}^{03} + {}_{t-1} p_x^{01} p_{x+t-1}^{13} + {}_{t-1} p_x^{02} p_{x+t-1}^{23} + {}_{t-1} p_x^{03} p_{x+t-1}^{33}$$

Peluang transisi antar *state* t tahun untuk $i = 1$ memiliki tiga kemungkinan *states* tujuan, yaitu *state* 1, 2, dan 3 dengan k merupakan kemungkinan *state* yang dilewati ketika melakukan transisi. Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 1, j = 1$, dan $k = 1$ adalah

$${}_t p_x^{11} = {}_{t-1} p_x^{11} p_{x+t-1}^{11}$$

Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 1, j = 2$, dan $k = 1, 2$ adalah

$${}_t p_x^{12} = {}_{t-1} p_{x+t-1}^{11} p_x^{12} + {}_{t-1} p_x^{12} p_{x+t-1}^{22}$$

Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 1, j = 3$, dan $k = 1, 2, 3$ adalah

$${}_t p_x^{13} = {}_{t-1} p_x^{11} p_{x+t-1}^{13} + {}_{t-1} p_x^{12} p_{x+t-1}^{23} + {}_{t-1} p_x^{13} p_{x+t-1}^{33}$$

Peluang transisi antar *state* t tahun memiliki dua kemungkinan *state* tujuan, yaitu *state* 2 dan 3 dengan k merupakan kemungkinan *state* yang dilewati ketika melakukan transisi. Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 2, j = 2$, dan $k = 2$ adalah

$${}_t p_x^{22} = {}_{t-1} p_x^{22} p_{x+t-1}^{22}$$

Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 2, j = 3$, dan $k = 2, 3$ adalah

$${}_t p_x^{23} = {}_{t-1} p_x^{22} p_{x+t-1}^{23} + {}_{t-1} p_x^{23} p_{x+t-1}^{33}$$

Peluang transisi antar *state* t tahun memiliki satu kemungkinan *state* tujuan, yaitu *state* 3 dengan k merupakan kemungkinan *state* yang dilewati ketika melakukan transisi. Perumusan untuk peluang transisi antar *state* dengan $i = 3, j = 3$, dan $k = 3$ adalah

$${}_t p_x^{33} = {}_{t-1} p_x^{33} p_{x+t-1}^{33}$$

Perumusan peluang transisi antar *state* t tahun disederhanakan dengan menggunakan perkalian antar matriks peluang transisi untuk $t \geq 1$. Secara matematis dirumuskan sebagai berikut.

$${}_tM_x = \prod_{k=0}^{t-1} M_{x+k} = \begin{pmatrix} {}_t p_x^{00} & {}_t p_x^{01} & {}_t p_x^{02} & {}_t p_x^{03} & {}_t p_x^{04} \\ 0 & {}_t p_x^{11} & {}_t p_x^{12} & {}_t p_x^{13} & {}_t p_x^{14} \\ 0 & 0 & {}_t p_x^{22} & {}_t p_x^{23} & {}_t p_x^{24} \\ 0 & 0 & 0 & {}_t p_x^{33} & {}_t p_x^{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matriks transisi tersebut dapat digunakan untuk menghitung peluang transisi antar *state* t tahun karena peluang transisi antar *state* satu tahun diasumsikan homogen.

4.3 Expected Present Value Anuitas State-dependent

4.3.1 Anuitas Akhir Berjangka State-dependent

Penghitungan pembayaran berupa anuitas yang pembayarannya dilakukan setiap akhir periode sebesar 1 satuan ketika (x) berada pada *state* j dan anuitas dibayarkan selama periode n tahun. Menggunakan nilai waktu mata uang dan mengacu pada persamaan (9), anuitas akhir berjangka *state-dependent* dapat dirumuskan secara matematis EPV sebagai berikut.

$$a_{x:\overline{n}|}^{ij} = v^1 {}_1 p_x^{ij} + v^2 {}_2 p_x^{ij} + v^3 {}_3 p_x^{ij} + \dots + v^n {}_n p_x^{ij} = \sum_{t=1}^n v^t {}_t p_x^{ij}. \quad (13)$$

4.3.2 Anuitas Akhir Seumur Hidup State-dependent

Penghitungan pembayaran berupa anuitas yang pembayarannya dilakukan setiap akhir periode sebesar 1 satuan ketika (x) berada pada *state* j . Menggunakan nilai waktu mata uang dan konsep pada persamaan (13), anuitas akhir seumur hidup *state-dependent* dapat dirumuskan secara matematis EPV sebagai berikut.

$$a_x^{ij} = v^1 {}_1 p_x^{ij} + v^2 {}_2 p_x^{ij} + v^3 {}_3 p_x^{ij} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x^{ij}. \quad (14)$$

4.3.3 Anuitas Akhir Ditunda State-dependent

Penghitungan pembayaran berupa anuitas yang pembayarannya dilakukan setiap akhir perioder sebesar 1 satuan ketika (x) berada pada *state* j dengan pembayaran pertama dilakukan pada waktu u . Menggunakan nilai waktu mata uang dan konsep pada persamaan (7), anuitas akhir ditunda *state-dependent* dapat dirumuskan secara matematis EPV sebagai berikut.

$${}_u|a_x^{ij} = v^u {}_u p_x^{ij} + v^{u+1} {}_{u+1} p_x^{ij} + v^{u+2} {}_{u+2} p_x^{ij} + \dots = \sum_{t=u}^{\infty} v^t {}_t p_x^{ij}.$$

Modifikasi dengan acuan pada persamaan (8), didapatkan persamaan baru yang menerapkan persamaan (13) dan (14) yang dirumuskan sebagai berikut.

$${}_u|a_x^{ij} = \sum_{t=u}^{\infty} v^t {}_t p_x^{ij} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x^{ij} - \sum_{t=1}^u v^t {}_t p_x^{ij} = a_x^{ij} - a_{x:\overline{u}|}^{ij}. \quad (15)$$

4.3.4 Anuitas *State-dependent* dengan $i = 0$

Pembayaran anuitas dengan $i = 0$ memiliki empat kemungkinan transisi *state* i ke *state* j yang mengalami pembayaran, yaitu $j = 0, 1, 2, 3$. Pembayaran untuk $j = 0$ mengacu kepada pembayaran premi yang dibayarkan oleh peserta asuransi yaitu selama (x) berada di *state* 0 dilakukan setiap awal tahun menggunakan anuitas awal berjangka yang dibayarkan selama $n - 1$ periode, dalam hal ini pembayaran dimulai sejak peserta asuransi membeli polis sampai peserta asuransi berusia maksimal 58 tahun atau terjadi perpindahan *state*. Menggunakan persamaan (9), secara matematis EPV anuitas dihitung sebagai berikut.

$$\ddot{a}_{x:\overline{59-x}|}^{00} = \sum_{t=0}^{59-x-1} v^t {}_t p_x^{00} = \sum_{t=0}^{58-x} v^t {}_t p_x^{00}. \quad (16)$$

Pembayaran untuk $j = 1, 2, 3$ dapat terjadi setiap akhir tahun selama (x) hidup, sehingga anuitas yang digunakan adalah anuitas seumur hidup. Dalam pembayaran manfaat juga terdapat perbedaan jumlah pembayaran berdasarkan usia peserta asuransi, sehingga dibutuhkan juga anuitas ditunda sehingga membutuhkan penghitungan anuitas akhir berjangka sampai (x) berusia 60 tahun. Dengan menggunakan persamaan (14), persamaan anuitas akhir seumur hidup *state-dependent* dapat dibuat menjadi

$$a_x^{0j} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x^{0j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (17)$$

Menggunakan persamaan (13), persamaan anuitas akhir berjangka dapat dibuat menjadi

$$a_{x:\overline{60-x}|}^{0j} = \sum_{t=1}^{59} v^t {}_t p_x^{0j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (18)$$

Mengacu pada persamaan (8) serta menerapkan persamaan (17) dan (18), persamaan anuitas akhir ditunda dapat dibuat menjadi

$${}_{60-x} a_x^{0j} = a_x^{0j} - a_{x:\overline{60-x}|}^{0j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (19)$$

4.3.5 Anuitas *State-dependent* dengan $i = 1$

Pembayaran anuitas dengan $i = 1$ memiliki tiga kemungkinan transisi *state* i ke *state* j yang mengalami pembayaran, yaitu $j = 1, 2, 3$. Pembayaran dapat terjadi setiap akhir tahun selama (x) hidup, sehingga anuitas yang digunakan adalah anuitas seumur hidup. Dalam pembayaran manfaat juga terdapat perbedaan jumlah pembayaran berdasarkan usia peserta asuransi, sehingga membutuhkan penghitungan anuitas akhir berjangka sampai (x) berusia 60 tahun. Menggunakan persamaan (14), persamaan anuitas akhir seumur hidup dapat dibuat menjadi

$$a_x^{1j} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x^{1j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (20)$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Menggunakan persamaan (13), persamaan anuitas akhir berjangka dapat dibuat menjadi

$$a_{x:\overline{60-x}|}^{1j} = \sum_{t=1}^{59} v^t {}_t p_x^{1j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (21)$$

Mengacu pada persamaan (8) dan menerapkan persamaan (20) dan (21), persamaan anuitas akhir ditunda dapat dibuat menjadi

$${}_{60-x}|a_x^{1j} = a_x^{1j} - a_{x:\overline{60-x}|}^{1j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (22)$$

4.3.6 Anuitas *State-dependent* dengan $i = 2$

Pembayaran anuitas dengan $i = 2$ memiliki dua kemungkinan transisi *state* i ke *state* j yang mengalami pembayaran, yaitu $j = 2, 3$. Pembayaran dapat terjadi setiap akhir tahun selama (x) hidup, sehingga anuitas yang digunakan adalah anuitas seumur hidup. Dalam pembayaran manfaat juga terdapat perbedaan jumlah pembayaran berdasarkan usia peserta asuransi, sehingga membutuhkan penghitungan anuitas akhir berjangka sampai (x) berusia 60 tahun. Menggunakan persamaan (14), persamaan anuitas akhir seumur hidup dapat dibuat menjadi

$$a_x^{2j} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x^{2j}, \quad j = 2, 3. \quad (23)$$

Menggunakan persamaan (13), persamaan anuitas akhir berjangka dapat dibuat menjadi

$$a_{x:\overline{60-x}|}^{2j} = \sum_{t=1}^{59} v^t {}_t p_x^{2j}, \quad j = 2, 3. \quad (24)$$

Mengacu pada persamaan (8) dan menerapkan persamaan (23) dan (24), persamaan anuitas akhir ditunda dapat dibuat menjadi

$${}_{60-x}|a_x^{2j} = a_x^{2j} - a_{x:\overline{60-x}|}^{2j}, \quad j = 2, 3. \quad (25)$$

4.3.7 Anuitas *State-dependent* dengan $i = 3$

Pembayaran anuitas dengan $i = 3$ memiliki satu kemungkinan transisi *state* i ke *state* j yang mengalami pembayaran, yaitu $j = 3$. Pembayaran dapat terjadi setiap akhir tahun selama (x) hidup, sehingga anuitas yang digunakan adalah anuitas seumur hidup. Dalam pembayaran manfaat juga terdapat perbedaan jumlah pembayaran berdasarkan usia peserta asuransi, sehingga membutuhkan penghitungan anuitas akhir berjangka sampai (x) berusia 60 tahun. Menggunakan persamaan (14), persamaan anuitas akhir seumur hidup dapat dibuat menjadi

$$a_x^{33} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x^{33}. \quad (26)$$

Menggunakan persamaan (13), persamaan anuitas akhir berjangka dapat dibuat menjadi

$$a_{x:60-x|}^{33} = \sum_{t=1}^{59} v^t t p_x^{33}. \tag{27}$$

Mengacu pada persamaan (8) dan menerapkan persamaan (26) dan (27), persamaan anuitas akhir ditunda dapat dibuat menjadi

$${}_{60-x|}a_x^{33} = a_x^{33} - a_{x:60-x|}^{33}. \tag{28}$$

Hasil penghitungan anuitas berjangka dan anuitas seumur hidup secara lengkap disajikan pada Lampiran 4.

4.4 Penghitungan Premi

Pada model asuransi LTC yang digunakan dalam penelitian ini, penghitungan premi bersih tahunan menggunakan prinsip kesetaraan, sesuai dengan persamaan (10), sehingga perlu dicari EPV *future premium* dan EPV *future benefit* dari setiap (x).

Future premium merupakan premi di masa depan yang dibayarkan peserta asuransi, hal ini dapat dinotasikan dengan EPV(FP). Untuk menghitung EPV *future premium*, maka premi dikalikan dengan EPV anuitas dari premi tersebut. Anuitas mengacu kepada pembayaran premi yang dibayarkan oleh peserta asuransi yaitu selama (x) berada di *state* 0 dilakukan setiap awal tahun yang berlangsung sejak peserta asuransi membeli polis sampai usia maksimal 58 tahun atau terjadi perpindahan *state*. Misalkan premi dengan notasi P_x dan anuitas menggunakan persamaan (16), EPV *future premium* yang dinotasikan dengan menjadi

$$EPV(FP) = P_x \ddot{a}_{x:59-x|}^{00}. \tag{29}$$

Future benefit merupakan manfaat di masa depan yang dapat diberikan kepada peserta asuransi ketika terjadi transisi dari *state* i ke *state* j . Transisi antar *state* memiliki skenario lebih dari satu, sehingga dimisalkan EPV *future benefit* untuk (x) yang berada di *state* i dapat dinotasikan sebagai EPV(FB)⁽ⁱ⁾. Dalam menghitung premi, EPV *future benefit* dihitung ketika (x) dalam keadaan sehat atau ketika berada di *state* 0, sehingga dinotasikan dengan EPV(FB)⁽⁰⁾. Untuk menghitung EPV *future benefit*, maka masing-masing manfaat di setiap *state* dikalikan dengan EPV anuitas dari manfaat tersebut lalu dijumlah. Jumlah pembayaran manfaat yang dibayarkan bergantung dengan usia dan *state* sesuai dengan Tabel 8 sebagai berikut.

Tabel 8 Besar manfaat yang diterima peserta asuransi di *state* 1, 2, dan 3

State	Notasi manfaat	Besar manfaat (Rp)	Syarat	Keterangan asumsi
1	B_1	36.000.000	$25 \leq x < 60$	$12(KS + POT + L)$
		102.000.000	$x \geq 60$	$12(POT + L)$
2	B_2	66.000.000	$25 \leq x < 60$	$12(KV + POT + L)$
		138.000.000	$x \geq 60$	$12(2POT + L)$
3	B_3	96.000.000	$25 \leq x < 60$	$12(KV^+ + POT + L)$
		156.000.000	$x \geq 60$	$12(3POT + L)$

Keterangan:

KS = biaya kamar standar,

KV = biaya kamar VIP,

KV^+ = biaya kamar VVIP,

POT = biaya pendamping orang tua,

L = biaya listrik.

Manfaat yang diasumsikan pada Tabel 8 mengacu pada biaya yang diberikan kepada penghuni salah satu panti jompo di Jakarta. Harga yang diasumsikan setara dengan harga sewa kamar panti jompo dalam dua belas bulan disertai dengan biaya pendamping atau pengurus orang tua dan biaya pembayaran listrik. Pembagian manfaat yang bergantung dengan usia dilakukan karena terdapat perbedaan penggunaan indikator disabilitas untuk usia dewasa dan untuk lansia. Pada *state 4*, tidak diberikan manfaat kepada peserta asuransi, sesuai dengan desain polis yang merupakan asuransi *stand-alone*.

EPV *future benefit* untuk $i = 0$ total dihitung dengan menjumlahkan semua EPV masing-masing manfaat, sehingga EPV *future benefit* menjadi

$$EPV(FB)^{(0)} = B_1 a_x^{01} + B_2 a_x^{02} + B_3 a_x^{03}$$

dengan masing-masing EPV setiap *state* dihitung berdasarkan manfaat yang tertera pada Tabel 9.

Pembayaran manfaat untuk (x) pada *state 1* sebesar B_1 dengan

$$B_1 = \begin{cases} \text{Rp}36.000.000, & 25 \leq x < 60, \\ \text{Rp}102.000.000, & x \geq 60, \end{cases}$$

maka EPV *future benefit* dari *state 1* dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$\begin{aligned} B_1 a_x^{01} &= \text{Rp}36.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{01} + \text{Rp}102.000.000 {}_{60-x}|a_x^{01} \\ &= \text{Rp}36.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{01} + \text{Rp}102.000.000 (a_x^{01} - a_{x:\overline{60-x}|}^{01}) \\ &= \text{Rp}36.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{01} + \text{Rp}102.000.000 a_x^{01} \\ &\quad - \text{Rp}102.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{01} \\ &= \text{Rp}102.000.000 a_x^{01} - \text{Rp}66.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{01}. \end{aligned} \quad (30)$$

Pembayaran manfaat untuk (x) pada *state 2* sebesar B_2 dengan

$$B_2 = \begin{cases} \text{Rp}66.000.000, & 25 \leq x < 60, \\ \text{Rp}138.000.000, & x \geq 60, \end{cases}$$

maka EPV *future benefit* dari *state 2* dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$\begin{aligned} B_2 a_x^{02} &= \text{Rp}66.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{02} + \text{Rp}138.000.000 {}_{60-x}|a_x^{02} \\ &= \text{Rp}66.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{02} + \text{Rp}138.000.000 (a_x^{02} - a_{x:\overline{60-x}|}^{02}) \\ &= \text{Rp}66.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{02} + \text{Rp}138.000.000 a_x^{02} \\ &\quad - \text{Rp}138.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{02} \\ &= \text{Rp}138.000.000 a_x^{02} - \text{Rp}72.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{02}. \end{aligned} \quad (31)$$

Pembayaran manfaat untuk (x) pada *state* 3 sebesar B_3 dengan

$$B_3 = \begin{cases} \text{Rp}96.000.000, & 25 \leq x < 60, \\ \text{Rp}156.000.000, & x \geq 60, \end{cases}$$

maka EPV *future benefit* dari *state* 3 dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$\begin{aligned} B_3 a_x^{03} &= \text{Rp}96.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{03} + \text{Rp}156.000.000 {}_{60-x}|a_x^{03} \\ &= \text{Rp}96.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{03} + \text{Rp}156.000.000 (a_x^{03} - a_{x:\overline{60-x}|}^{03}) \\ &= \text{Rp}96.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{03} + \text{Rp}156.000.000 a_x^{03} \\ &\quad - \text{Rp}156.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{03} \\ &= \text{Rp}156.000.000 a_x^{03} - \text{Rp}60.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{03}. \end{aligned} \quad (32)$$

EPV *future benefit* total dihitung dengan menjumlahkan semua EPV masing-masing manfaat, sehingga EPV *future benefit* menjadi penjumlahan dari persamaan (30), (31), dan (32). Secara matematis menjadi

$$\begin{aligned} \text{EPV}(\text{FB})^{(0)} &= B_1 a_x^{01} + B_2 a_x^{02} + B_3 a_x^{03} \\ &= \text{Rp}102.000.000 a_x^{01} - \text{Rp}66.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{01} \\ &\quad + \text{Rp}138.000.000 a_x^{02} - \text{Rp}72.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{02} \\ &\quad + \text{Rp}156.000.000 a_x^{03} - \text{Rp}60.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{03}. \end{aligned} \quad (33)$$

Penghitungan premi tahunan bersih menggunakan prinsip kesetaraan sesuai dengan persamaan (10) yang disesuaikan dengan *state*. Dengan menyesuaikan EPV *future premium* pada persamaan (29) dan EPV *future benefit* dengan persamaan (33) persamaan umum premi dapat dibuat menjadi

$$\begin{aligned} \text{EPV}_{@0}(\text{future premium}) &= \text{EPV}_{@0}(\text{future benefit})^{(0)} \\ \text{EPV}(\text{FP}) &= \text{EPV}(\text{FB})^{(0)} \\ P_x \ddot{a}_{x:\overline{59-x}|}^{00} &= B_1 a_x^{01} + B_2 a_x^{02} + B_3 a_x^{03} \\ P_x &= \frac{B_1 a_x^{01} + B_2 a_x^{02} + B_3 a_x^{03}}{a_{x:\overline{59-x}|}^{00}} \end{aligned}$$

dengan

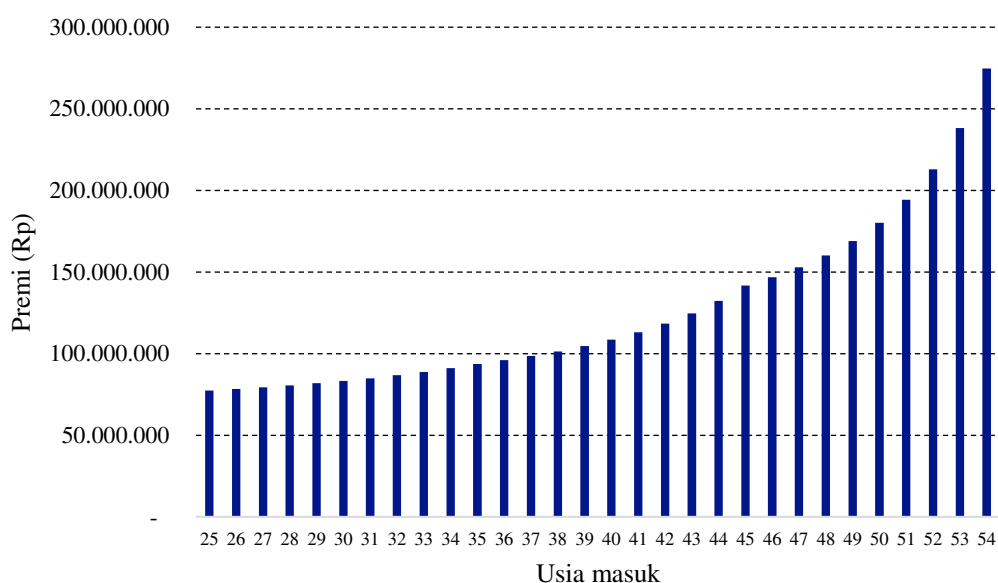
$$\begin{aligned} B_1 a_x^{01} + B_2 a_x^{02} + B_3 a_x^{03} &= \text{Rp}102.000.000 a_x^{01} - \text{Rp}66.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{01} \\ &\quad + \text{Rp}138.000.000 a_x^{02} - \text{Rp}72.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{02} \\ &\quad + \text{Rp}156.000.000 a_x^{03} - \text{Rp}60.000.000 a_{x:\overline{60-x}|}^{03}. \end{aligned}$$

Penghitungan dilakukan untuk (x) ketika memasuki masa berlakunya polis di usia 25 hingga 54 tahun. Hasil dari penghitungan premi tahunan bersih disajikan dalam Tabel 9.

Tabel 9 Hasil penghitungan premi tahunan bersih untuk (x) yang memiliki usia masuk 25–54 tahun

Usia masuk	Premi (Rp)	Usia masuk	Premi (Rp)
25	77.362.533	40	108.588.992
26	78.312.064	41	113.098.686
27	79.362.831	42	118.410.751
28	80.528.447	43	124.733.937
29	81.824.981	44	132.354.660
30	83.271.395	45	141.676.927
31	84.890.323	46	146.767.700
32	86.708.948	47	152.824.872
33	88.760.232	48	160.120.454
34	91.084.317	49	169.039.782
35	93.730.592	50	180.147.707
36	95.958.136	51	194.303.021
37	98.492.477	52	212.879.749
38	101.391.040	53	238.222.655
39	104.725.978	54	274.687.242

Ringkasan harga premi dan grafik perbedaan premi tahunan bersih disajikan dalam Gambar 7.



Gambar 7 Grafik premi tahunan bersih untuk usia masuk 25–54 tahun

Berdasarkan Tabel 9 dan Gambar 7, dapat dilihat setiap (x) memiliki harga premi yang berbeda dan tren yang cenderung meningkat dengan harga terendah untuk usia 25 tahun dengan premi tahunan bersih sebesar Rp77.362.533 dan premi tahunan bersih tertinggi untuk usia 54 dengan harga Rp274.687.242. Perbedaan premi di setiap usia masuk juga meningkat signifikan yang berarti semakin tua peserta asuransi masuk, maka semakin berisiko mengalami disabilitas. Hal ini sesuai dengan data angka proporsi disabilitas yang semakin besar seiring bertambahnya usia.

4.5 Penghitungan Nilai Polis

Nilai polis dihitung sebagai nilai yang diharapkan dari arus kas bersih untuk polis yang sedang berlaku. Penghitungan nilai polis untuk model *multi-state* dihitung untuk setiap *state* kecuali *state* 4 karena merupakan *state* penyerap, sehingga nilai polis tidak lagi dapat dihitung. Hal ini menyebabkan penghitungan nilai polis dibagi menjadi empat, yaitu nilai polis ketika peserta asuransi berada di *state* 0, 1, 2, dan 3 pada waktu *t*.

Dalam model *multi-state*, nilai polis dihitung berdasarkan keadaan *state* peserta asuransi ketika berada di *state* *i* waktu *t*, sehingga nilai polis dapat dimisalkan sebagai ${}_tV_x^{(i)}$. Dengan mengacu pada persamaan (11), maka nilai polis *multi-state* dapat dirumuskan

$${}_tV_x^{(i)} = EPV_{@t}(\text{future benefit})^{(i)} - EPV_{@t}(\text{future premium}). \quad (34)$$

Nilai polis dihitung untuk semua kemungkinan usia masuk peserta asuransi, yaitu $x = \{25, 26, \dots, 54\}$ dan dievaluasi di setiap waktu $t = \{0, 1, 2, \dots\}$.

4.5.1 Penghitungan Nilai Polis ketika Peserta Asuransi Berada pada State 0

Ketika peserta asuransi berada di *state* 0, penghitungan nilai polis didasarkan pada peluang peserta asuransi berpindah *state* dari *state* 0 ke *state* lain, yaitu *state* 0, 1, 2, dan 3. Dengan menggunakan EPV *future benefit* dan EPV *future premium* pada *state* 0, yaitu persamaan (29) dan (33), diperoleh persamaan nilai polis sebagai yang mengacu berikut. pada persamaan (34) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} {}_tV_x^{(0)} &= EPV_{@t}(\text{future benefit})^{(0)} - EPV_{@t}(\text{future premium}) \\ &= EPV(\text{FB})^{(0)} - EPV(\text{FP}) \\ &= B_1 a_{x+t}^{01} + B_2 a_{x+t}^{02} + B_3 a_{x+t}^{03} - P_x \ddot{a}_{x+t:\overline{59-x+t}|} \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned} B_1 a_{x+t}^{01} + B_2 a_{x+t}^{02} + B_3 a_{x+t}^{03} &= \text{Rp}102.000.000 a_{x+t}^{01} - \text{Rp}66.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{01} \\ &+ \text{Rp}138.000.000 a_{x+t}^{02} - \text{Rp}72.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{02} \\ &+ \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{03} - \text{Rp}60.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{03}. \end{aligned}$$

Penghitungan nilai polis untuk *state* ini dilakukan untuk seluruh kemungkinan usia masuk pada setiap waktu $t = 0, \dots, 59$. Untuk penghitungan nilai polis pada $t \geq 60$, penghitungan dilakukan dengan cara yang berbeda karena peserta asuransi sudah tidak membayarkan premi, maka secara matematis, penghitungan menjadi

$$\begin{aligned} {}_tV_x^{(0)} &= EPV_{@t}(\text{future benefit})^{(0)} - EPV_{@t}(\text{future premium}) \\ &= EPV(\text{FB})^{(0)} - EPV(\text{FP}) \\ &= B_1 a_{x+t}^{01} + B_2 a_{x+t}^{02} + B_3 a_{x+t}^{03} - 0 \\ &= \text{Rp}102.000.000 a_{x+t}^{01} - \text{Rp}66.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{01} \\ &+ \text{Rp}138.000.000 a_{x+t}^{02} - \text{Rp}72.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{02} \\ &+ \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{03} - \text{Rp}60.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{03}. \end{aligned}$$

Rincian hasil penghitungan nilai polis terlampir pada Lampiran 5.

4.5.2 Penghitungan Nilai Polis ketika Peserta Asuransi Berada pada *State* 1

Ketika peserta asuransi berada di *state* 1, penghitungan nilai polis didasarkan pada peluang peserta asuransi berpindah *state* dari *state* 1 ke *state* lain, yaitu *state* 1, 2, dan 3. Tidak ada EPV *future premium* untuk $i = 1$ karena tidak ada pembayaran premi ketika peserta asuransi berada di *state* 1. EPV *future benefit* untuk $i = 1$ dinotasikan dengan EPV(FB)⁽¹⁾ dan dirumuskan dengan mengacu pada persamaan (30), (31), dan (32), sehingga menjadi

$$\text{EPV(FB)}^{(1)} = B_1 a_{x+t}^{11} + B_2 a_{x+t}^{12} + B_3 a_{x+t}^{13}.$$

Pembayaran manfaat untuk (x) pada *state* 1 sebesar B_1 , maka EPV *future benefit* dari *state* 1 dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$\begin{aligned} B_1 a_{x+t}^{11} &= \text{Rp}36.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{11} \\ &\quad + \text{Rp}102.000.000 {}_{60-x+t|}a_{x+t}^{11} \\ &= \text{Rp}36.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{11} \\ &\quad + \text{Rp}102.000.000 \left(a_{x+t}^{11} - a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{11} \right) \\ &= \text{Rp}36.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{11} + \text{Rp}102.000.000 a_{x+t}^{11} \\ &\quad - \text{Rp}102.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{11} \\ &= \text{Rp}102.000.000 a_{x+t}^{11} - \text{Rp}66.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{11}. \end{aligned} \quad (35)$$

Pembayaran manfaat untuk (x) pada *state* 2 sebesar B_2 , maka EPV *future benefit* dari *state* 2 dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$\begin{aligned} B_2 a_{x+t}^{12} &= \text{Rp}66.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{12} \\ &\quad + \text{Rp}138.000.000 {}_{60-x+t|}a_{x+t}^{12} \\ &= \text{Rp}66.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{12} \\ &\quad + \text{Rp}138.000.000 \left(a_{x+t}^{12} - a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{12} \right) \\ &= \text{Rp}66.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{12} + \text{Rp}138.000.000 a_{x+t}^{12} \\ &\quad - \text{Rp}138.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{12} \\ &= \text{Rp}138.000.000 a_{x+t}^{12} - \text{Rp}72.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{12}. \end{aligned} \quad (36)$$

Pembayaran manfaat untuk (x) pada *state* 3 sebesar B_3 , maka EPV *future benefit* dari *state* 3 dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$\begin{aligned} B_3 a_{x+t}^{13} &= \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{13} + \text{Rp}156.000.000 {}_{60-x+t|}a_{x+t}^{13} \\ &= \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{13} \\ &\quad + \text{Rp}156.000.000 \left(a_{x+t}^{13} - a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{13} \right) \\ &= \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{13} + \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{13} \\ &\quad - \text{Rp}156.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{13} \end{aligned}$$



$$= \text{Rp}156.000.000a_{x+t}^{13} - \text{Rp}60.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{13}. \quad (37)$$

EPV *future benefit* total dihitung dengan menjumlahkan semua EPV masing-masing manfaat, sehingga EPV *future benefit* merupakan penjumlahan persamaan (35), (36), dan (37) menjadi

$$\begin{aligned} \text{EPV}(\text{FB})^{(1)} &= B_1 a_{x+t}^{11} + B_2 a_{x+t}^{12} + B_3 a_{x+t}^{13} \\ &= \text{Rp}102.000.000a_{x+t}^{11} - \text{Rp}66.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{11} \\ &\quad + \text{Rp}138.000.000a_{x+t}^{12} - \text{Rp}72.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{12} \\ &\quad + \text{Rp}156.000.000a_{x+t}^{13} - \text{Rp}60.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{13}. \end{aligned} \quad (38)$$

Dengan menggunakan EPV *future benefit* pada persamaan (38) dan rumus nilai polis pada persamaan (34), penghitungan nilai polis dapat dibuat menjadi

$$\begin{aligned} {}_tV_x^{(1)} &= \text{EPV}_{@t}(\text{future benefit})^{(1)} \\ &= \text{EPV}(\text{FB})^{(1)} \\ &= B_1 a_{x+t}^{11} + B_2 a_{x+t}^{12} + B_3 a_{x+t}^{13} \\ &= \text{Rp}102.000.000a_{x+t}^{11} - \text{Rp}66.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{11} \\ &\quad + \text{Rp}138.000.000a_{x+t}^{12} - \text{Rp}72.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{12} \\ &\quad + \text{Rp}156.000.000a_{x+t}^{13} - \text{Rp}60.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{13}. \end{aligned}$$

Penghitungan nilai polis untuk *state* ini dilakukan untuk seluruh kemungkinan usia masuk pada setiap waktu *t*. Rincian hasil penghitungan nilai polis terlampir pada Lampiran 6.

4.5.3 Penghitungan Nilai Polis ketika Peserta Asuransi Berada pada *State* 2

Ketika peserta asuransi berada di *state* 2, penghitungan nilai polis didasarkan pada peluang peserta asuransi berpindah *state* dari *state* 2 ke *state* lain, yaitu *state* 2 dan 3. Tidak ada EPV *future premium* untuk *i* = 2 karena tidak ada pembayaran premi ketika peserta asuransi berada di *state* 2. EPV *future benefit* untuk *i* = 2 dinotasikan dengan EPV(FB)⁽²⁾ dan dirumuskan dengan mengacu pada persamaan (31) dan (32), sehingga menjadi

$$\text{EPV}(\text{FB})^{(2)} = B_2 a_{x+t}^{22} + B_3 a_{x+t}^{23}.$$

Pembayaran manfaat untuk (*x*) pada *state* 2 sebesar *B*₂, maka EPV *future benefit* dari *state* 2 dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$\begin{aligned} B_2 a_x^{22} &= \text{Rp}66.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{22} + \text{Rp}138.000.000 {}_{60-x+t|}a_{x+t}^{22} \\ &= \text{Rp}66.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{22} \\ &\quad + \text{Rp}138.000.000 \left(a_{x+t}^{22} - a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{22} \right) \\ &= \text{Rp}66.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{22} + \text{Rp}138.000.000a_{x+t}^{22} \\ &\quad - \text{Rp}138.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{22} \\ &= \text{Rp}138.000.000a_{x+t}^{22} - \text{Rp}72.000.000a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{22}. \end{aligned} \quad (39)$$

Pembayaran manfaat untuk (x) pada *state* 3 sebesar B_3 , maka EPV *future benefit* dari *state* 3 dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$\begin{aligned}
 B_3 a_{x+t}^{23} &= \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{23} + \text{Rp}156.000.000 {}_{60-x+t|}a_{x+t}^{23} \\
 &= \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{23} \\
 &\quad + \text{Rp}156.000.000 \left(a_{x+t}^{23} - a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{23} \right) \\
 &= \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{23} + \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{23} \\
 &\quad - \text{Rp}156.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{23} \\
 &= \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{23} - \text{Rp}60.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{23}. \tag{40}
 \end{aligned}$$

EPV *future benefit* untuk $i = 2$ total dihitung dengan menjumlahkan semua EPV masing-masing manfaat, sehingga EPV *future benefit* merupakan penjumlahan persamaan (39) dan (40) menjadi

$$\begin{aligned}
 \text{EPV}(\text{FB})^{(2)} &= B_2 a_{x+t}^{22} + B_3 a_{x+t}^{23} \\
 &= \text{Rp}138.000.000 a_{x+t}^{22} - \text{Rp}72.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{22} \\
 &\quad + \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{23} - \text{Rp}60.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{23}. \tag{41}
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan EPV *future benefit* pada persamaan (41) dan rumus nilai polis pada persamaan (34), penghitungan nilai polis dapat dibuat menjadi

$$\begin{aligned}
 {}_tV_x^{(2)} &= \text{EPV}_{@t}(\text{future benefit})^{(2)} \\
 &= \text{EPV}(\text{FB})^{(2)} \\
 &= B_2 a_{x+t}^{22} + B_3 a_{x+t}^{23} \\
 &= \text{Rp}138.000.000 a_{x+t}^{22} - \text{Rp}72.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{22} \\
 &\quad + \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{23} - \text{Rp}60.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{23}.
 \end{aligned}$$

Penghitungan nilai polis untuk *state* ini dilakukan untuk seluruh kemungkinan usia masuk pada setiap waktu t . Rincian hasil penghitungan nilai polis terlampir pada Lampiran 7.

4.5.4 Penghitungan Nilai Polis ketika Peserta asuransi Berada pada *State* 3

Ketika peserta asuransi berada di *state* 3, penghitungan nilai polis didasarkan pada peluang peserta asuransi berpindah *state* dari *state* 3 ke *state* lain, yaitu *state* 3. Tidak ada EPV *future premium* untuk $i = 3$ karena tidak ada pembayaran premi ketika peserta asuransi berada di *state* 3. EPV *future benefit* untuk $i = 3$ dinotasikan dengan $\text{EPV}(\text{FB})^{(3)}$ dan dirumuskan dengan mengacu pada persamaan (30), (31), dan (32), sehingga menjadi

$$\text{EPV}(\text{FB})^{(3)} = B_3 a_{x+t}^{33}.$$

Pembayaran manfaat untuk (x) pada *state* 3 sebesar B_3 , maka EPV *future benefit* dari *state* 3 dikalikan dengan anuitas menggunakan persamaan (18) dan (19) menjadi

$$B_3 a_{x+t}^{33} = \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{33} + \text{Rp}156.000.000 {}_{60-x+t|}a_{x+t}^{33}$$

$$\begin{aligned}
 &= \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{33} \\
 &\quad + \text{Rp}156.000.000 \left(a_{x+t}^{33} - a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{33} \right) \\
 &= \text{Rp}96.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{33} + \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{33} \\
 &\quad - \text{Rp}156.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{33} \tag{42} \\
 &= \text{Rp}156.000.000 a_{x+t}^{33} - \text{Rp}60.000.000 a_{x+t:\overline{60-x+t}|}^{33}.
 \end{aligned}$$

EPV *future benefit* untuk $i = 3$ total dihitung dengan menjumlahkan semua EPV masing-masing manfaat, sehingga EPV *future benefit* merupakan hasil yang sama dengan persamaan (42) menjadi

$$\begin{aligned}
 \text{EPV}(\text{FB})^{(3)} &= B_3 a_x^{33} \\
 &= \text{Rp}156.000.000 a_x^{23} - \text{Rp}60.000.000 a_{x:\overline{60-t}|}^{23}. \tag{43}
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan EPV *future benefit* pada persamaan (43) dan rumus nilai polis pada persamaan (34), penghitungan nilai polis dapat dibuat menjadi

$$\begin{aligned}
 {}_tV_x^{(3)} &= \text{EPV}_{@t}(\text{future benefit})^{(3)} \\
 &= \text{EPV}(\text{FB})^{(3)} \\
 &= B_3 a_x^{33} \\
 &= \text{Rp}156.000.000 a_x^{33} - \text{Rp}60.000.000 a_{x:\overline{60-t}|}^{33}.
 \end{aligned}$$

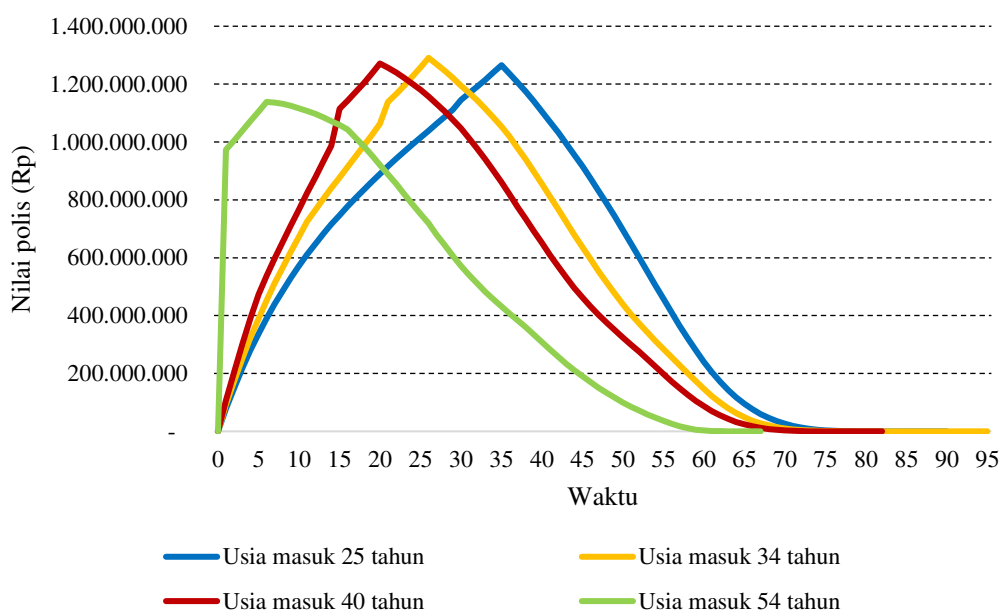
Penghitungan nilai polis untuk *state* ini dilakukan untuk seluruh kemungkinan usia masuk pada setiap waktu t . Rincian hasil penghitungan nilai polis terlampir pada Lampiran 8.

4.5.5 Penghitungan Nilai Polis Rataan

Nilai polis rata-rata digunakan untuk menjadi acuan dalam menghitung cadangan manfaat. Terdapat empat nilai polis yang digunakan, yaitu nilai polis ketika peserta asuransi berada pada *state* i , dengan $i = 0, 1, 2, 3$. Nilai polis rata-rata dihitung menggunakan peluang terjadinya perpindahan *state* dari *state* 0 ke *state* i . Misalkan nilai polis rata-rata adalah ${}_t\bar{V}_x$ penghitungan nilai polis rata-rata dapat dirumuskan sebagai berikut.

$${}_t\bar{V}_x = {}_tV_x^{(0)} {}_t p_x^{00} + {}_tV_x^{(1)} {}_t p_x^{01} + {}_tV_x^{(2)} {}_t p_x^{02} + {}_tV_x^{(3)} {}_t p_x^{03}.$$

Berdasarkan penghitungan, didapatkan hasil dengan tren yang disajikan pada Gambar 8.



Gambar 8 Grafik nilai polis rata-rata untuk usia masuk 25, 40, dan 54 tahun

Berdasarkan Gambar 8, terlihat bahwa nilai polis mengalami peningkatan dan seiring berjalannya waktu terjadi penurunan, yang disebabkan oleh peluang pekerja perempuan yang berkurang seiring meningkatnya usia. Nilai polis terbesar berada ketika peserta asuransi masuk di usia 34 dan berada di $t = 26$ dengan nilai polis sebesar Rp1.290.773.488. Terlihat juga bahwa nilai polis terbesar untuk setiap usia masuk berada pada t yang berbeda. Terlihat bahwa untuk usia masuk 25, nilai polis terbesar berada di $t = 35$, untuk usia masuk 40 tahun, nilai polis terbesar berada di $t = 20$, dan untuk usia masuk 54 tahun, nilai polis terbesar berada di $t = 6$. Penghitungan nilai polis rata-rata dilakukan untuk seluruh kemungkinan usia masuk pada setiap waktu t . Rincian hasil penghitungan nilai polis rata-rata disajikan pada Lampiran 9.

Berdasarkan penghitungan premi untuk peserta asuransi dengan usia masuk 25–54 tahun dihasilkan premi yang berkisar antara Rp77.362.533–Rp274.687.242. Peningkatan ini disebabkan oleh tingkat disabilitas yang meningkat seiring bertambahnya usia dan banyaknya pembayaran premi yang semakin sedikit seiring bertambahnya usia peserta asuransi. Selain itu, berdasarkan penghitungan nilai polis di setiap t , dihasilkan nilai polis rata-rata yang digunakan sebagai acuan cadangan untuk perusahaan dengan nilai maksimal sebesar Rp1.290.773.488. Semakin tua usia masuk peserta asuransi, maka nilai polis tertinggi semakin dekat, sehingga perusahaan asuransi memiliki waktu yang lebih singkat untuk mencadangkan manfaat bagi peserta asuransi.



V SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Pemodelan asuransi *long-term care* dengan pembayaran *stand-alone* untuk pekerja perempuan terbukti dapat dilakukan menggunakan konsep model *multi-state* dengan dasar terjadinya transisi antar *state* adalah indikator disabilitas. Indikator disabilitas yang digunakan merupakan data hipotetik yang bersumber dari Tabel Mortalitas BPJS Ketenagakerjaan Tahun 2022 dan Angka Proporsi Disabilitas Laporan Nasional Riset Kesehatan Dasar Tahun 2018. Modifikasi peluang *transisi* antar *state* diperlukan karena penggunaan dua indikator disabilitas yang berbeda. Modifikasi ini menghasilkan tren yang tidak signifikan untuk masing-masing peluang transisi antar *state*, sehingga memiliki pengaruh yang signifikan terhadap penghitungan premi dan nilai polis.

Premi tahunan untuk setiap kemungkinan usia masuk peserta asuransi dengan usia minimal 25 tahun dan usia maksimal 54 tahun. Premi dibayarkan setiap awal tahun selama peserta asuransi belum mencapai usia 59 tahun dengan syarat tetap berada di *state 0* selama periode berjalan. Penghitungan premi tahunan dengan prinsip kesetaraan menghasilkan angka yang signifikan untuk setiap kemungkinan usia masuk peserta asuransi dengan tren harga yang meningkat bagi peserta asuransi dengan usia yang lebih tinggi. Peningkatan disebabkan semakin sedikit jumlah premi yang dibayarkan oleh usia peserta asuransi yang lebih tinggi. Hasil juga menunjukkan bahwa harga premi yang wajar dalam model ini cukup tinggi, sehingga model polis ini ditargetkan untuk pekerja yang memiliki penghasilan yang tinggi dan stabil agar tidak terjadi gagal bayar.

Nilai polis dihitung sebagai gambaran besar cadangan yang diperlukan untuk membayarkan manfaat peserta asuransi dengan periode selama peserta asuransi bertahan hidup. Penghitungan nilai polis dengan metode prospektif dilakukan untuk setiap *state* peserta asuransi berada dan memiliki kemungkinan untuk berpindah *state* dan menerima manfaat LTC, yakni ketika peserta asuransi berada di *state 0*, 1, 2, atau 3. Penghitungan dilanjutkan dengan membuat nilai polis rata-rata dengan mengalikan nilai polis di setiap *state* dengan peluang terjadi transisi. Hasil penghitungan nilai polis rata-rata menunjukkan bahwa terjadi peningkatan cadangan untuk beberapa periode pertanggungansian pertama dan terjadi penurunan seiring bertambahnya usia peserta asuransi.

5.2 Saran

Hasil penelitian ini dapat digunakan dalam praktik perusahaan asuransi jiwa dalam pengembangan produk asuransi LTC untuk segmen asuransi kesehatan. Melalui penelitian ini, dapat diketahui faktor yang mempengaruhi premi dan nilai polis produk asuransi LTC, sehingga perusahaan asuransi dapat mengembangkan produk yang optimal. Salah satunya dengan memperhatikan keadaan ekonomi pekerja di Indonesia agar produk asuransi LTC yang dikembangkan dapat dijangkau oleh target pasar perusahaan asuransi tanpa menimbulkan kerugian. Selain itu, manfaat yang dapat diberikan berupa biaya atau fasilitas perawatan perlu ditentukan dengan bijak karena dapat mempengaruhi harga premi dan cadangan yang ditanggung perusahaan asuransi.

Penelitian ini juga dapat digunakan oleh regulator dalam pengembangan kebijakan untuk digunakan pada industri asuransi. Regulasi dapat berupa ketentuan pembaruan asumsi tingkat disabilitas yang digunakan dalam beberapa periode, seperti pembaruan setiap dua tahun. Selain itu, kebijakan dapat berupa batas tingkat kesehatan perusahaan khusus asuransi LTC untuk memastikan cadangan perusahaan cukup untuk membayarkan manfaat kepada peserta asuransi tanpa mengalami kerugian.

Pada penelitian selanjutnya dapat dilakukan pemodelan dengan data riil atau data historis perusahaan atau lembaga yang sudah menerapkan penjualan asuransi LTC dan menyesuaikannya dengan kondisi ekonomi di Indonesia. Penelitian juga dapat dilakukan dengan mengubah model pembayaran manfaat menjadi LTC *ride to whole-life assurance*, LTC *lifetime-related benefits*, atau LTC *life care pensions*. Target penelitian juga dapat diubah atau dibandingkan dengan data pekerja laki-laki atau semua kalangan penduduk Indonesia. Penelitian juga dapat dilanjutkan dengan menggunakan proses stokastik lebih lanjut, baik untuk bunga stokastik ataupun peluang transisi stokastik.

@Hak cipta milik IPB University

IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

DAFTAR PUSTAKA

- Asyrofi A, Anggariani I, Soemarsono A. 2023. Penerapan metode rantai Markov waktu diskrit dalam estimasi transisi penggunaan merek smartphone di Balikpapan. *J Ilmu Dasar*. 24(2):159–168. doi:10.19184/jid.v24i2.34872.
- Bachyurah B, Maulidi I, Syahrini I, Nurmaulidar N. 2020. Analisis cadangan manfaat dengan menggunakan metode retrospektif pada asuransi jiwa berjangka. *Statmat J Stat dan Mat*. 2(1):1–13. doi:10.32493/sm.v2i1.3884.
- [BI] Bank Indonesia. 2024. BI-Rate Tetap 6,00%: Sinergi Menjaga Stabilitas dan Mendorong Pertumbuhan [internet]. [diakses 2024 Januari 17]. https://www.bi.go.id/id/publikasi/ruangmedia/newsrelease/Pages/sp_2534223.aspx.
- [BPK] Badan Pemeriksa Keuangan. Peraturan Pemerintah (PP) No. 45 Tahun 2015: Penyelenggaraan Program Jaminan Pensiun [internet]. [diakses 2024 Mei 19]. <https://peraturan.bpk.go.id/Details/5613/pp-no-45-tahun-2015>.
- [BPS] Badan Pusat Statistik. 2020. Indikator Kesejahteraan Rakyat 2020. Jakarta: BPS-RI.
- Chen L, Xu X. 2020. Effect evaluation of the long-term care insurance (LTCI) system on the health care of the elderly: A review. *J Multidiscip Healthc*. 13:863–875. doi:10.2147/JMDH.S270454.
- Dickson DCM, Hardy MR, Waters HR. 2020. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. 3rd ed. New York (NY): Cambridge University Press.
- Fauzi W. 2019. *Hukum Asuransi di Indonesia*. Padang: Andalas University Press.
- Garret S. 2013. *An Introduction to the Mathematics of Finance: Deterministic Approach*. 2nd ed. Waltham (WA): Elsevier.
- Ghahramani S. 2005. *Fundamentals of Probability with Stochastic Processes*. Ed ke-3. Upper Saddle River (NJ): Pearson Prentice Hall.
- Gumauti, CP; Wilandari, Y; Rahmawati R. 2016. Penghitungan premi asuransi long-term care untuk model multi-state. *J Gaussian*. 5(2):259–267. doi:10.14710/j.gauss.5.2.259-267.
- Haberman S, Pitacco E. 1998. *Actuarial Models for Disability Insurance*. London: Chapman & Hall.
- He Z, Jiang W. 2017. A new belief Markov chain model and its application in inventory prediction. *Int J Prod Res*. 58(8):2800–2817. doi:10.1080/00207543.2017.1405166.
- Karagiannidou M, Wittenberg R. 2022. Social insurance for Long-term Care. *J Popul Ageing*. 15(2):557–575. doi:10.1007/s12062-022-09366-6.
- Kellison S. 2009. *The Theory of Interest*. 3rd ed. Singapore: McGraw-Hill.
- [Kemenkes] Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2018. Laporan Nasional Riset Kesehatan Dasar tahun 2018. Jakarta: Kemenkes.
- Okabe T, Suzuki M, Iso N, Tanaka K, Sagari A, Miyata H, Han G, Maruta M, Tabira T, Kawagoe M. 2021. Long-term changes in older adults' independence levels for performing activities of daily living in care settings: A nine-year follow-up study. *Int J Environ Res Public Health*. 18(18):9641. doi:10.3390/ijerph18189641.
- Pitacco E. 2014. *Health Insurance: Basic Actuarial Models*. Cham: Springer International Publishing.

- Pitacco E. 2016. Premiums for long-term care insurance packages: Sensitivity with respect to biometric assumptions. *Risks*. 4(1):1–22. doi:10.3390/risks4010003.
- Putri SSR, Kusnandar D, Perdana H. 2022. Model multi status untuk produk asuransi long term care. *Bul Ilm Math Stat dan Ter*. 11(3):457–460. doi:10.26418/bbimst.v11i3.55035.
- Ross SM. 2010. *Introduction to Probability Models*. 10th ed. Volume ke-93. New York (NY): Academic Hall.
- Shang Q, Wang X, Qin X, Zhao X. Pricing of joint life long-term care insurance based on a multistate Markov mode. *North Am Actuar J.*, siap terbit.
- Slamet SW. 2016. Hubungan activity daily living (ADL) dengan kualitas hidup pada pasien pasca stroke di unit fisioterapi Rumah Sakit Stella Maris Makassar [skripsi]. Makassar: Sekolah Tinggi Ilmu Kesehatan Stella Maris Makassar.
- Syamdena L, Devianto D, Yozza H. 2019. Actuarial present value pada asuransi long-term care dalam kasus multistates. *J Mat UNAND*. 8(3):47–54. doi:10.25077/jmu.8.3.47-54.2019.
- Vaaler LJF, Daniel JW. 2009. *Mathematical Interest Theory*. 2nd ed. Volume ke-57. Washington (WA): The Mathematical Association fo America.
- Wibowo S, Ruswandi R, Faisol A. 2021. Menentukan cadangan prospektif dan retrospektif pecahan asuransi jiwa joint life untuk dua orang tertanggung. *Wahana Mat dan Sains J Mat Sains, dan Pembelajarannya*. 15(2):44–55. doi:10.23887/wms.v15i2.32040.
- [WHO] World Health Organization. 2010. WHO Short Disability Assessment Schedule (WHO DAS–S). Geneva: Swiss.

