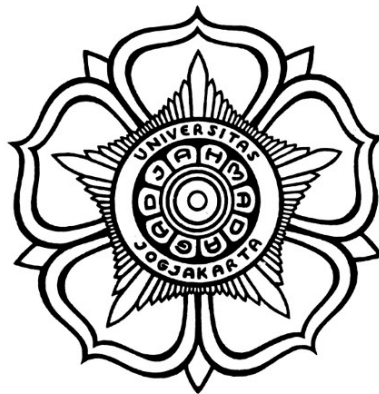


SKRIPSI

**PENERAPAN *LONGEVITY INDEX* PADA PENYESUAIAN PROYEKSI
MORTALITAS UNTUK MENGATASI MASALAH YANG TIMBUL DARI
*LONGEVITY RISK***

**(*IMPLEMENTATION OF LONGEVITY INDEX IN ADJUSTING
MORTALITY PROJECTIONS TO ADDRESS ISSUES ARISING FROM
LONGEVITY RISK*)**



Wendy Onghawa
20/459256/PA/19917

**PROGRAM STUDI ILMU AKTUARIA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA
YOGYAKARTA**

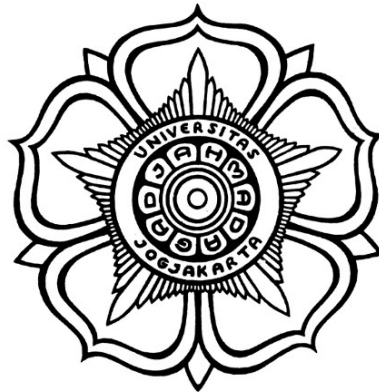
2024

SKRIPSI

**PENERAPAN *LONGEVITY INDEX* PADA PENYESUAIAN PROYEKSI
MORTALITAS UNTUK MENGATASI MASALAH YANG TIMBUL DARI
*LONGEVITY RISK***

**(*IMPLEMENTATION OF LONGEVITY INDEX IN ADJUSTING
MORTALITY PROJECTIONS TO ADDRESS ISSUES ARISING FROM
LONGEVITY RISK*)**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Aktuaria Program Studi Ilmu Aktuaria



Wendy Onghawa
20/459256/PA/19917

**PROGRAM STUDI ILMU AKTUARIA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA
YOGYAKARTA**

2024

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

**PENERAPAN *LONGEVITY INDEX* PADA PENYESUAIAN PROYEKSI
MORTALITAS UNTUK MENGATASI MASALAH YANG TIMBUL DARI
*LONGEVITY RISK***

Telah dipersiapkan dan disusun oleh

Wendy Onghawa
20/459256/PA/19917

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 25 Maret 2024

Susunan Tim Penguji


Dr. Noorima Yulia Megawati, M.Act.Sc.
Pembimbing


Dr. Adhitya Ronnie Effendie, M.Si., M.Sc.
Ketua Tim Penguji

Mengetahui,
a.n. Dekan FMIPA UGM
Wakil Dekan Bidang Pendidikan, Pengajaran
dan Kemahasiswaan


Danang Teguh Qoyyimi, M.Sc., Ph.D.
Penguji



Prof. Drs. Roto, M.Eng., Ph.D.
NIP. 196711171993031020

PERNYATAAN BEBAS PLAGIASI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Wendy Onghawa
NIM : 20/459256/PA/19917
Tahun terdaftar : 2020
Program Studi : Program Studi Ilmu Aktuaria
Fakultas : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

menyatakan bahwa dalam dokumen ilmiah skripsi ini tidak terdapat bagian dari karya ilmiah lain yang telah diajukan untuk memperoleh gelar akademik di suatu lembaga Pendidikan Tinggi, dan juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang/lembaga lain, kecuali yang secara tertulis disitasi dalam dokumen ini dan disebutkan sumbernya secara lengkap dalam daftar pustaka.

Dengan demikian saya menyatakan bahwa dokumen ilmiah ini bebas dari unsur-unsur plagiasi dan apabila dokumen ilmiah skripsi ini di kemudian hari terbukti merupakan plagiasi dari hasil karya penulis lain dan/atau dengan sengaja mengajukan karya atau pendapat yang merupakan hasil karya penulis lain, maka penulis bersedia menerima sanksi akademik dan/atau sanksi hukum yang berlaku.

Yogyakarta, 25 Maret 2024



Wendy Onghawa

20/459256/PA/19917

Karya sederhana ini penulis persembahkan untuk Tuhan
Yang Maha Esa, kedua orang tua, adik tersayang,
keluarga, dosen pembimbing, dan semua orang yang
terlibat dalam menyemangati, membantu, dan
mendoakan.

Every man I meet is my superior in some way. In that, I learn of him.

- Ralph Waldo Emerson

PRAKATA

Segala puji dan syukur bagi Tuhan Yang Maha Esa atas berkat, anugerah, dan kasih-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul "Penerapan *Longevity Index* pada Penyesuaian Proyeksi Mortalitas untuk Mengatasi Masalah yang Timbul dari *Longevity Risk*". Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah kebersamai, membantu, dan memberi semangat untuk menyelesaikan tugas akhir ini untuk menyelesaikan studi penulis pada Program Studi S1 Ilmu Aktuaria Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Gadjah Mada.

Dengan keterbatasan yang dimiliki, penulis menyadari bahwa penyelesaian tugas akhir ini tidak akan terwujud tanpa adanya bantuan, dukungan, doa, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Tuhan Yang Maha Esa atas berkatnya yang selalu menyertai penulis dan kebersamai dalam setiap langkah yang diambil penulis hingga pada titik ini.
2. Ibu Dr. Noorma Yulia Megawati, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Tugas Akhir yang telah banyak meluangkan waktu dan tenaga untuk memberikan saran dan arahan hingga akhirnya sampai pada penyelesaian tugas akhir ini.
3. Bapak Drs. Danardono, MPH., Ph.D. selaku Ketua Program Studi S1 Ilmu Aktuaria Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah banyak memberikan arahan dan bantuan selama proses pembelajaran penulis di Universitas Gadjah Mada.
4. Para dosen pengajar, staff, dan segenap civitas akademik Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Gadjah Mada yang telah banyak berkontribusi dalam proses perkuliahan.

5. Kedua orang tua dan adik tersayang, Winnie Onghawa, yang selalu memberikan doa dan semangat selama penulis melaksanakan studinya di Universitas Gadjah Mada.
6. Cindy Wong dan Jacyline Danielle Tjawardi, sahabat-sahabat terbaik penulis yang selalu ada untuk menemani dan mendukung penulis dalam menyelesaikan studi dan tugas akhir ini.
7. Felicia Angelina Priscilla, Muhammad Rasyad Daffa Hanif, Michael Huang, dan Daffa Raihan Dewanto, teman-teman terdekat penulis yang selalu menemani penulis dalam melewati hari-hari perkuliahan di Universitas Gadjah Mada.
8. Teman-teman Ilmu Aktuaria UGM angkatan 2020 yang telah membuat pengalaman perkuliahan menjadi berwarna dan tidak tergantikan.

Yogyakarta, 25 Maret 2024

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN BEBAS PLAGIASI	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
HALAMAN MOTTO	v
PRAKATA	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMBANG	xiii
INTISARI	xiv
ABSTRACT	xv
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	3
1.3. Tujuan dan Manfaat Penelitian	3
1.4. Tinjauan Pustaka	3
1.5. Metodologi Penelitian	4
1.6. Sistematika Penulisan	5
II DASAR TEORI	7
2.1. Variabel Random	7
2.2. Teori Peluang	8
2.3. Model Survival	9
2.4. Model Survival Aktuaria	12
2.5. Percepatan Kematian	13
2.6. Pengukuran Bunga	14
2.6.1. Fungsi Akumulasi dan Fungsi Jumlah	15
2.6.2. Tingkat Bunga Efektif	16
2.6.3. Bunga Sederhana	16
2.6.4. Bunga Majemuk	16
2.6.5. Nilai Sekarang	17
2.6.6. Tingkat Diskonto Efektif	17
2.6.7. Tingkat Bunga dan Tingkat Diskonto Nominal	18

2.6.8. Laju Bunga dan Diskonto	19
2.7. Tabel Mortalitas	20
2.7.1. Hubungan Fungsi Survival dengan Tabel Mortalitas	20
2.8. <i>Longevity Risk</i>	23
2.9. Regresi Beta	23
2.10. Model Lee-Carter	25
2.11. Pemilihan Model Terbaik	26
III PERHITUNGAN <i>LONGEVITY INDEX</i> DAN PENYESUAIAN PRO- YEKSI MORTALITAS YANG MENGIKUTSERTAKAN RISIKO LO- NGEVITY	28
3.1. Data Mortalitas <i>Social Security Administration (SSA)</i>	28
3.2. Metode <i>Historical Mortality Improvement (HMI) Scale</i>	30
3.3. Metode <i>Future Mortality Improvement (FMI) Scale</i>	33
3.4. <i>Longevity Index</i>	34
3.5. Penyesuaian Probabilitas Hidup terhadap <i>Longevity</i>	36
3.6. Model Regresi Beta	37
3.7. Model Lee-Carter	38
3.7.1. Estimasi parameter a_x	40
3.7.2. Estimasi parameter b_x dan k_t	40
3.7.3. Estimasi $m_{x,t}$ dan $q_{x,t}$	42
IV Studi Kasus	43
4.1. Deskripsi Data	43
4.2. Pengembangan Mortalitas 2010 dengan Metode <i>Historical Mortality Improvement (HMI) Scale</i> dan <i>Future Mortality Improvement (FMI) Scale</i>	43
4.3. <i>Longevity Index</i>	45
4.4. Estimasi Nilai Probabilitas Hidup	46
4.5. Pemodelan <i>Beta Regression</i>	50
4.5.1. Hasil Estimasi Parameter μ	50
4.5.2. Hasil Estimasi Parameter φ	50
4.6. Validasi Metode	51
4.6.1. Pemilihan Model Terbaik	54
4.7. Model Lee-Carter	55
4.7.1. Hasil Estimasi Parameter \hat{a}_x	56
4.7.2. Hasil Estimasi Parameter \hat{b}_x dan \hat{k}_t	56
4.7.3. Hasil Estimasi ${}_t\hat{m}_x$ dan ${}_t\hat{q}_x$	58
4.8. Hasil Perbandingan Model Proyeksi Mortalitas	60

V PENUTUP	61
5.1. Kesimpulan	61
5.2. Saran	62
DAFTAR PUSTAKA	63
A NILAI MORTALITA SOCIAL SECURITY ADMINISTRATION (SSA)	
2010	67
B NILAI MORTALITA SOCIAL SECURITY ADMINISTRATION (SSA)	
2019	72
C HISTORICAL MORTALITY IMPROVEMENT (HMI) RATES 2019 ..	77
D HISTORICAL MORTALITY IMPROVEMENT (HMI) RATES 2020 ..	82
E HASIL PENGEMBANGAN NILAI MORTALITA SOCIAL SECURITY	
ADMINISTRATION (SSA) 2019	87
F HASIL PENGEMBANGAN NILAI MORTALITA SOCIAL SECURITY	
ADMINISTRATION (SSA) 2020	92
G LONGEVITY INDEX SOCIAL SECURITY ADMINISTRATION (SSA)	
2019	97
H HASIL PERHITUNGAN NILAI PROBABILITAS HIDUP SOCIAL SE-	
CURITY ADMINISTRATION SSA 2020	102
I PERBANDINGAN ESTIMASI NILAI PROBABILITAS HIDUP SSA	
2020 HASIL PENGEMBANGAN YANG MENGIKUTSERTAKAN RI-	
SIKO LONGEVITY, HANYA METODE HMI, DAN DATA SSA UN-	
TUK LAKI-LAKI	107
J PERBANDINGAN ESTIMASI NILAI PROBABILITAS HIDUP SSA	
2020 HASIL PENGEMBANGAN YANG MENGIKUTSERTAKAN RI-	
SIKO LONGEVITY, HANYA METODE HMI, DAN DATA SSA UN-	
TUK PEREMPUAN	112
K HASIL ESTIMASI PARAMETER \hat{a}_x	117
L HASIL ESTIMASI PARAMETER \hat{b}_x	120
M HASIL ESTIMASI ${}_t\hat{m}_x$ 2020	123
N HASIL ESTIMASI ${}_t\hat{q}_x$ 2020	126
O Sintaks Plot Hasil Estimasi	129
P Sintaks Model Lee-Carter	134
Q Sintaks Model Regresi Beta	143

DAFTAR TABEL

3.1 Nilai Mortalita SSA 2010 untuk usia 0-10 tahun	31
3.2 <i>Historical Mortality Improvement Rates</i> 2019 untuk usia 0-20 tahun	32
3.3 Hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke tahun 2019 untuk usia 0-10	32
3.4 <i>Future Mortality Improvement Rates</i> untuk usia 0-3 tahun 2023-2025	34
3.5 Nilai mortalita SSA 2019 untuk usia 0-10 tahun	35
3.6 <i>Longevity Index</i> SSA 2019 untuk usia 0-10 tahun	36
4.1 Nilai mortalita SSA 2010 untuk usia 0-10 tahun	44
4.2 Hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke tahun 2020 untuk usia 0-10 tahun	45
4.3 <i>Longevity Index</i> SSA 2019 untuk usia 0-10 tahun	46
4.4 Hasil Perhitungan Nilai Probabilitas Hidup SSA 2020 untuk usia 0-10 tahun	47
4.5 Perbandingan estimasi nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pe- ngembangan yang mengikutsertakan risiko <i>longevity</i> , hanya metode HMI, dan data SSA untuk laki-laki usia 0-10 tahun	51
4.6 Perbandingan estimasi nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pe- ngembangan yang mengikutsertakan risiko <i>longevity</i> , hanya metode HMI, dan data SSA untuk perempuan usia 0-10 tahun	52
4.7 Perbandingan nilai RSME, MAPE, dan MSE untuk model pengem- bangan metode HMI dengan <i>longevity index</i> dan tanpa <i>longevity index</i>	55
4.8 Estimasi parameter \hat{k}_t	58
4.9 Nilai MAPE, RMSE, dan MSE estimasi ${}_t\hat{m}_x$ model Lee-Carter	59
4.10 Nilai MAPE dan RMSE estimasi ${}_t\hat{q}_x$ model Lee-Carter	60
4.11 Perbandingan nilai RSME, MAPE, dan MSE untuk model pengem- bangan metode HMI dengan <i>longevity index</i> dan model Lee-Carter	60

DAFTAR GAMBAR

3.1 Plot nilai mortalitas SSA tahun 1990-2020	29
3.2 Metode Perhitungan <i>Historical Mortality Improvement (HMI)</i> dan <i>Future Mortality Improvement (FMI) Scale</i>	33
4.1 Plot estimasi mortalitas 2014-2020 terhadap data observasi untuk pria usia 0, 10, 20, ..., 110	48
4.2 Plot estimasi mortalitas 2014-2020 terhadap data observasi untuk wanita usia 0, 10, 20, ..., 110	48
4.3 Plot estimasi mortalitas 2024-2043 untuk pria usia 0, 10, 20, ..., 110	49
4.4 Plot estimasi mortalitas 2024-2043 untuk wanita usia 0, 10, 20, ..., 110	49
4.5 Plot p^* dan px SSA HMI terhadap px SSA untuk laki-laki 2020	53
4.6 Plot p^* dan px SSA HMI terhadap px SSA untuk perempuan 2020	54
4.7 Estimasi parameter \hat{a}_x	56
4.8 Estimasi parameter \hat{b}_x	57
4.9 Estimasi parameter \hat{k}_t	57
4.10 Perbandingan estimasi ${}_t\hat{m}_x$ dengan data observasi untuk laki-laki	59
4.11 Perbandingan estimasi ${}_t\hat{m}_x$ dengan data observasi untuk perempuan	59

DAFTAR LAMBANG

- ${}_kP_{x_0}^*$: probabilitas seseorang yang berusia x_0 untuk tetap hidup hingga usia $x_0 + k$ tahun yang telah mengikutsertakan risiko *longevity*
- ${}_kP_{x_0}^{ref}$: probabilitas kelompok usia x_0 untuk hidup hingga usia $(x_0 + k)$ yang diperoleh dari estimasi
- ${}_kP_{x_0}^{obs}$: probabilitas kelompok usia x_0 untuk hidup hingga usia $(x_0 + k)$ yang diperoleh dari hasil observasi populasi
- $I_{(t_0+k)}$: *longevity index* di waktu t_0 untuk k tahun ke depan
- t_0 : tahun terbaru dimana nilai probabilitas hidup hasil observasi tersedia

INTISARI

Penerapan *Longevity Index* pada Penyesuaian Proyeksi Mortalitas untuk Mengatasi Masalah yang Timbul dari *Longevity Risk*

Oleh

Wendy Onghawa

20/459256/PA/19917

Peningkatan harapan hidup mengubah risiko mortalita yang relevan dan menyebabkan *longevity risk*. Meskipun proyeksi mortalitas tidak bisa mengukur nilai *longevity risk*, proyeksi mortalitas yang tepat bisa mengurangi *longevity risk* secara signifikan. Penelitian ini memperkenalkan metode penyesuaian proyeksi mortalitas terhadap *longevity risk* yang telah terjadi dengan memanfaatkan *longevity index*. Dampak *longevity index* terhadap proyeksi mortalitas dijelaskan dengan pemodelan regresi beta, dimana nilai *longevity index* yang semakin tinggi akan menghasilkan proyeksi probabilitas hidup yang semakin rendah. Metode penyesuaian proyeksi mortalitas pada penelitian ini dibandingkan dengan model Lee-Carter. Hasil ukuran kebaikan RMSE dan MSE menunjukkan bahwa metode penyesuaian proyeksi mortalitas yang diusulkan dalam penelitian ini memberikan hasil yang lebih akurat daripada model Lee-Carter. Nilai pengukuran RMSE, MAPE, dan MSE untuk model pada penelitian ini juga cenderung rendah, yakni RMSE 0.027813 untuk populasi pria dan 0.026636 untuk populasi wanita, MAPE 7.5485% untuk populasi pria dan 7.2158% untuk populasi wanita, dan MSE 0.00077355 untuk populasi pria dan 0.00070946 untuk populasi wanita. Nilai yang rendah menunjukkan bahwa model memiliki tingkat error yang rendah dan tingkat akurasi yang tinggi.

ABSTRACT

IMPLEMENTATION OF LONGEVITY INDEX IN ADJUSTING MORTALITY PROJECTIONS TO ADDRESS ISSUES ARISING FROM LONGEVITY RISK

By

Wendy Onghawa

20/459256/PA/19917

The increase in life expectancy alters relevant mortality risks and leads to longevity risk. While mortality projections cannot measure the value of longevity risk, accurate mortality projections can significantly reduce longevity risk. This research introduces a method of adjusting mortality projections for longevity risk that has occurred by utilizing a longevity index. The impact of longevity index on the mortality projections is explained using beta regression modelling, where higher values of the longevity index result in lower projected probabilities of survival. The method of adjusting mortality projections in this study is also compared to the Lee-Carter model. The proposed method of adjusting mortality projections in this study is tested using goodness-of-fit measures RMSE, MAPE, and MSE. The goodness-of-fit measures RMSE and MSE indicate that the proposed adjustment method in this study yields more accurate results compared to the Lee-Carter model. The RMSE, MAPE, and MSE values for the model in this study are also relatively low, with RMSE of 0.027813 for the male population and 0.026636 for the female population, MAPE of 7.5485% for males and 7.2158% for females, and MSE of 0.00077355 for males and 0.00070946 for females. These low values suggest that the model has low error rates and high accuracy.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Peningkatan mortalitas (*mortality improvement*) adalah penurunan pada angka kematian yang diamati dan diproyeksikan dari waktu ke waktu dalam suatu populasi atau kelompok demografis tertentu. Hal ini ditandai dengan ada peningkatan angka harapan hidup dan penurunan risiko kematian yang dialami individu.

Pemodelan dan proyeksi mortalitas telah sering dijadikan topik penelitian. Pemodelan mortalitas teoritis dimulai dengan [de Moivre \[1725\]](#) yang menyarankan model kematian distribusi seragam (*uniform distribution*) dan menunjukkan metode perhitungan anuitas yang sederhana. [Gompertz \[1825\]](#) memperkenalkan *double exponential survival curve* yang juga dikenal sebagai kurva Gompertz. Model-model mortalitas ini bersifat statis, namun mortalitas sebenarnya bersifat stokastik dan berkembang seiring berjalannya waktu. Beberapa penelitian seperti yang dilakukan oleh [Börger dan Aleksic \[2014\]](#) dan [Mitchell dkk \[2013\]](#) menyarankan untuk fokus pada *improvement rate* dalam melakukan proyeksi mortalitas, daripada angka mortalitasnya. Meskipun hubungan antara kecepatan mortalitas dan waktu didominasi oleh tren menurun (*downward trend*) yang terus berlanjut, *improvement rate* akan telah disesuaikan dengan tren ini.

Proyeksi mortalitas dilakukan dalam berbagai bidang, seperti pada jaminan sosial, perencanaan dana pensiun, asuransi jiwa, pembuatan kebijakan kesehatan, penelitian farmasi, dan banyak lagi [\[Schinzinger dkk, 2016\]](#). Proyeksi mortalitas yang akurat diperlukan dalam perencanaan program kesehatan dan jaminan sosial. [Couzin-Franke \[2011\]](#) memperkirakan bahwa setiap peningkatan satu tahun pada angka harapan hidup di Amerika Serikat, SSA memerlukan tambahan biaya sebesar 50 miliar dollar AS. Perusahaan yang menawarkan program pensiun perlu memastikan adanya pendanaan yang sesuai untuk liabilitas masa depan, dan liabilitas masa

depan ini bergantung pada tingkat mortalitas yang perlu diproyeksikan. Perusahaan asuransi menggunakan proyeksi mortalitas dalam penentuan harga kontrak yang berbentuk anuitas dan dalam penentuan cadangan kas yang diperlukan [Mitchell dkk, 2013].

Nilai mortalitas telah mengalami pergerakan yang signifikan dari waktu ke waktu, dimana nilai harapan hidup terus meningkat. Faktor-faktor yang menyebabkan peningkatan ini meliputi kemajuan di bidang kesehatan yang signifikan, peningkatan taraf kebersihan dan standar hidup, gaya hidup yang secara umum lebih sehat, serta minimnya konflik militer global [Crawford dkk, 2008].

Peningkatan nilai harapan hidup menyebabkan *longevity risk*. *Longevity risk* adalah risiko seseorang untuk bertahan hidup lebih lama dari ekspektasi dan merupakan salah satu risiko asuransi yang paling menonjol. Risiko ini paling relevan pada pendanaan pensiun atau penyediaan berbentuk anuitas, dan jaminan sosial. Koreksi pada proyeksi mortalitas akibat realisasi *longevity risk* menyebabkan kebutuhan dana tambahan untuk peningkatan liabilitas. Potensi kebutuhan dana tambahan merupakan masalah yang serius bagi lembaga keuangan yang berkaitan dengan penyediaan manfaat kelangsungan hidup (*survival benefits*) [Börger dan Aleksic, 2014].

Untuk menilai *longevity risk*, pemodelan mortalitas dan analisis skenario diperlukan. Akan tetapi, hasil perhitungan biaya yang dibutuhkan untuk risiko ini hanya dapat diterapkan apabila perkiraan proyeksi kematian dilakukan dengan akurat. Apabila proyeksi mortalitas ternyata tidak tepat, biaya yang dihitung untuk risiko ini tidak akan bisa menjamin tingkat keamanan yang diinginkan. Oleh karena itu, proyeksi mortalitas tidak bisa mengukur nilai *longevity risk*, tetapi proyeksi mortalitas yang tepat bisa mengurangi *longevity risk* secara signifikan. Hal ini mendorong aktuaris, perusahaan asuransi dan dana pensiun, serta lembaga jaminan sosial untuk konsisten berupaya dalam meningkatkan akurasi proyeksi mortalitas [Börger dan Aleksic, 2014].

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan penjabaran latar belakang masalah di bagian sebelumnya, rumusan masalah dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana fenomena *longevity* terlihat pada nilai mortalitas?
2. Bagaimana cara mengikutsertakan pertimbangan *longevity risk* pada penyesuaian proyeksi mortalitas?
3. Bagaimana proyeksi mortalitas dengan menggunakan *longevity index*?

1.3. Tujuan dan Manfaat Penelitian

Berdasarkan penjabaran rumusan masalah di bagian sebelumnya, tujuan dan manfaat penelitian dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Menunjukkan fenomena *longevity* yang terlihat pada nilai mortalitas.
2. Memperkenalkan metode penyesuaian proyeksi mortalitas yang mengikutsertakan risiko *longevity*.
3. Melakukan uji kebaikan metode proyeksi mortalitas yang mengikutsertakan risiko *longevity*.

1.4. Tinjauan Pustaka

Pemodelan dan proyeksi mortalitas sering dijadikan topik penelitian. Beberapa pemodelan mortalitas awal yang terkenal adalah model kematian dengan distribusis seragam (uniform distribution) oleh [de Moivre \[1725\]](#) dan kurva Gompertz dengan *double exponential survival curve* oleh [Gompertz \[1825\]](#). Pemodelan mortalitas modern mendukung konsep mortalitas yang bersifat stokastik. Beberapa penelitian seperti yang dilakukan oleh [Börger dan Aleksic \[2014\]](#) dan [Mitchell dkk \[2013\]](#) menyarankan untuk berfokus pada *improvement rate* dalam melakukan proyeksi mortalitas, dan bukan pada angka mortalitasnya sendiri.

Sesuai dengan [\[Schinzinger dkk, 2016\]](#), proyeksi mortalitas dilakukan dalam beberapa bidang, seperti pada jaminan sosial, perencanaan dana pensiun, dan

asuransi jiwa. Pada penelitian yang dilakukan oleh Couzin-Frankel [2011], diperkirakan bahwa setiap peningkatan satu tahun pada angka harapan hidup di Amerika Serikat akan membuat *Social Security Administration* (SSA) memerlukan tambahan biaya sebesar 50 miliar dollar AS.

Penelitian yang dilakukan oleh Azmi dkk [2023] menunjukkan bahwa pergerakan tingkat kematian di Indonesia mengalami fenomena *longevity*. Crawford dkk [2008] pada penelitiannya menunjukkan bahwa terdapat peningkatan pada nilai harapan hidup di dunia. Peningkatan nilai harapan hidup menyebabkan perubahan pada risiko aktuarial yang relevan. Menurut Börger dan Aleksic [2014], peningkatan nilai harapan hidup ini menyebabkan potensi kebutuhan dana tambahan bagi lembaga keuangan akibat peningkatan liabilitas.

Michel [2011] memperkenalkan *longevity index* sebagai suatu skala yang dapat mengukur risiko *longevity* pada model asuransi berbentuk anuitas. Konsep ini telah dikembangkan untuk menyesuaikan terhadap berbagai jenis produk dan pembayarannya, seperti pada Bravo dan El Mekkaoui de Freitas [2018] dimana *longevity index* diterapkan pada *European-style securities*, dan Denuit dkk [2015] yang menerapkan *longevity index* untuk penyesuaian waktu penundaan pembayaran.

Penelitian ini mengembangkan penerapan konsep *longevity index* Michel [2011] pada nilai mortalitas *Social Security Administration* (SSA). Penerapan konsep *longevity index* dilakukan dalam bentuk penyesuaian proyeksi mortalitas. Penelitian ini juga menerapkan metode pengembangan tabel mortalitas yang disusun oleh Society of Actuaries [2022] sebagai tahap awal dari proses proyeksi mortalitas.

Dampak dari *longevity index* ditunjukkan dengan pemodelan regresi beta oleh Ferrari dan Cribari-Neto [2004]. Model regresi ini digunakan oleh Cribari-Neto [2023] untuk memodelkan mortalitas di Brazil.

1.5. Metodologi Penelitian

Dalam menyusun skripsi ini, penulis menggunakan metode studi literatur, dimana penulis mempelajari berbagai referensi seperti jurnal ilmiah, artikel, buku

dan sebagainya, yang membahas topik yang berkaitan dengan topik Tugas Akhir ini. Selanjutnya, penulis mendesain penelitian secara logis dan sistematis. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari risiko *longevity* dan metode pengembangan mortalitas.
2. Melakukan pengembangan mortalitas.
3. Melakukan penyesuaian hasil pengembangan mortalitas menggunakan alat ukur indeks *longevity*.
4. Mengukur kebaikan penyesuaian hasil pengembangan mortalitas dengan ukuran RMSE dan MAPE.

Penelitian ini dilakukan dengan menerapkan konsep pengembangan mortalitas yang diusulkan oleh [Society of Actuaries, 2022] dan konsep *longevity index* oleh [Michel, 2011] pada penyesuaian proyeksi mortalitas.

1.6. Sistematika Penulisan

Secara garis besar, skripsi ini disusun dengan sistematika penulisan sebagai berikut

Bab I merupakan bagian pendahuluan yang terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metodologi penelitian, dan sistematika penulisan yang menjadi pedoman dalam penyusunan skripsi agar lebih terarah dan sistematis.

Bab II berisikan teori-teori dasar yang menunjang pembahasan, yakni variabel random, teori peluang, model survival, model survival aktuarial yang mencakup percepatan kematian, pengukuran bunga yang terdiri dari fungsi akumulasi dan fungsi jumlah, tingkat bunga efektif, bunga sederhana, bunga majemuk, nilai sekarang, tingkat diskonto efektif, tingkat bunga dan diskonto nominal, serta laju bunga dan diskon, tabel mortalitas serta hubungannya dengan fungsi survival, *longevity risk*, model regresi beta, model Lee-Carter, dan pengukuran kebaikan model MAPE, RMSE, dan MSE.

Bab III membahas secara bertahap data mortalitas dari *Social Security Administration* (SSA) dan fenomena longevity yang terlihat dari data ini, pengembangan mortalitas dengan metode *Historical Mortality Improvement (HMI) Scale* dan *Future Mortality Improvement (FMI) Scale*, perhitungan *longevity index*, penempatan *longevity index* pada penyesuaian proyeksi mortalitas, pemodelan dampak *longevity index* dengan regresi beta, dan perbandingan model terhadap model Lee-Carter.

Bab IV mengimplementasikan penyesuaian proyeksi mortalitas dengan *longevity index* pada proyeksi mortalitas *Social Security Administration* (SSA) 2020 dan plot hasil estimasi. Dampak *longevity index* terhadap estimasi proyeksi probabilitas ditunjukkan dengan pemodelan regresi beta. Validasi metode dilakukan dengan membandingkan hasil pengukuran kebaikan RMSE, MAPE, dan MSE pada model pengembangan mortalitas dengan metode *Historical Mortality Improvement (HMI) Scale* dan penyesuaian *longevity index*, metode *Historical Mortality Improvement (HMI) Scale* tanpa penyesuaian *longevity index*, dan metode dengan model Lee-Carter.

Bab V merupakan bagian penutup yang berisi kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan, dan saran untuk penerapannya dan penelitian ke depannya.

BAB II

DASAR TEORI

Pada bab ini dibahas mengenai konsep yang mendasari pembahasan pada bab berikutnya. Konsep-konsep tersebut terdiri dari variabel random, teori peluang, model survival, model survival aktuarial yang mencakup percepatan kematian, pengukuran bunga yang terdiri dari fungsi akumulasi dan fungsi jumlah, tingkat bunga efektif, bunga sederhana, bunga majemuk, nilai sekarang, tingkat diskonto efektif, tingkat bunga dan diskonto nominal, serta laju bunga dan diskon, tabel mortalitas serta hubungannya dengan fungsi survival, *longevity risk*, dan pengukuran kebaikan model MAPE dan RMSE.

2.1. Variabel Random

Variabel random adalah fungsi bernilai riil yang didefinisikan pada ruang sampel.

Definisi 2.1.1 [*Bain dan Engelhardt, 1992*] Variabel random X didefinisikan sebagai fungsi dari ruang sampel S ke himpunan bilangan real \mathbb{R} , sehingga $X(a) = x$ merupakan fungsi yang memetakan $a \in S$ ke $x \in \mathbb{R}$.

Variabel random dapat dibagi menjadi dua jenis berdasarkan bentuknya, yaitu variabel random diskrit dan variabel random kontinu.

Definisi 2.1.2 [*Bain dan Engelhardt, 1992*] Variabel random X disebut variabel random diskrit jika himpunan semua nilai yang mungkin muncul dari X merupakan himpunan terhingga. Fungsi massa probabilitas diberikan dalam persamaan

$$p(x) = P[X = x] \quad x = x_1, x_2, \dots,$$

dan memenuhi sifat berikut:

- (i) $p(x_i) \geq 0$ untuk semua x_i ,

$$(ii) \sum_{\forall x_i} p(x_i) = 1.$$

Fungsi distribusi kumulatif dari variabel random diskrit X yang didefinisikan untuk setiap nilai x , yaitu:

$$F(x) = P[X \leq x].$$

Lebih lanjut, variabel random kontinu didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.1.3 [*Bain dan Engelhardt, [1992]*] Variabel random X disebut variabel random kontinu jika himpunan semua nilai yang mungkin muncul dari X merupakan himpunan tak terhitung.

Fungsi kepadatan peluang kontinu X yang ditulis $f(x)$ adalah fungsi dengan sifat-sifat:

$$(i) f(x) \geq 0, -\infty < x < \infty$$

$$(ii) \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

Fungsi distribusi kumulatif dari variabel random kontinu X untuk setiap nilai x , didefinisikan sebagai berikut:

$$F(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt.$$

2.2. Teori Peluang

Segala sesuatu yang akan dan belum terjadi di masa mendatang merupakan suatu ketidakpastian. Ketidakpastian di masa yang akan datang bisa diukur dan diprediksi melalui teori peluang. Ilmu aktuaria mengukur ketidakpastian dalam bentuk risiko, sehingga ilmu aktuaria memerlukan teori peluang sebagai fondasi pembelajaran.

Definisi 2.2.1 Diberikan S ruang sampel dan A himpunan bagian dari S . Untuk setiap kejadian A , $P(A)$ adalah ukuran numerik yang menunjukkan peluang kejadian A dari suatu ruang sampel S , yang memenuhi:

$$(i) P(A) \geq 0, \quad \forall A \in S.$$

(ii) $P(S) = 1$.

(iii) Jika A_1, A_2, A_3, \dots adalah barisan kejadian yang saling asing yaitu $A_i \cap A_j = \emptyset$ dengan $i \neq j$, maka berlaku:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Definisi 2.2.2 *Peluang bersyarat kejadian A, jika diketahui bahwa kejadian B telah terjadi, dinotasikan dengan $P(A|B)$ dan didefinisikan sebagai berikut:*

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},$$

dengan syarat $P(B) > 0$.

2.3. Model Survival

Analisis survival adalah analisis data waktu hingga terjadinya peristiwa. Peristiwa tersebut dapat berupa kejadian (*event*) seperti kematian, kegagalan suatu komponen, atau peristiwa lain yang menjadi fokus penelitian. Waktu yang diperoleh dari analisis kejadian-kejadian ini merupakan suatu variabel random, sehingga mempunyai distribusi peluang.

Distribusi survival dibedakan menjadi tiga fungsi:

1. fungsi survival,
2. fungsi kepadatan peluang, dan
3. fungsi hazard.

Apabila salah satu dari ketiga fungsi diketahui, secara matematis dua lainnya dapat diperoleh.

Definisi 2.3.1 [[Lee dan Wang, 2003](#)] *Fungsi survival $S(t)$, dengan T adalah waktu survival, didefinisikan sebagai peluang seorang individu bertahan hidup lebih lama dari t , atau secara matematis didefinisikan sebagai:*

$$S(t) = P(T > t).$$

Selanjutnya, fungsi distribusi kumulatif $F(t)$ adalah peluang individu meninggal sebelum waktu t dan didefinisikan sebagai:

$$F(t) = 1 - S(t),$$

dengan fungsi survival $S(t)$ merupakan fungsi nonincreasing dari t , dengan karakteristik:

- $0 \leq S(t) \leq 1$,
- $S(0) = 1$, dan
- $S(\infty) = 0$.

Definisi 2.3.2 [London, 1997] Fungsi kepadatan peluang didefinisikan sebagai turunan dari fungsi distribusi kumulatif $F(t)$ yang dapat ditulis dalam bentuk:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}.$$

Berdasarkan kumulatif definisi 2.3.1, diperoleh

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{d(1 - S(t))}{dt} \\ &= -S'(t) \end{aligned}$$

dengan karakteristik:

- $f(t) \geq 0$,
- $f(0) = 0$.

Selanjutnya, fungsi hazard didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.3.3 [Lawless, 2003] Fungsi hazard $h(t)$, menyatakan tingkat kematian atau kegagalan yang terdapat pada t hingga $t + \Delta t$ dengan subjek yang diamati hidup hingga t . Fungsi hazard secara matematis ditulis dalam bentuk:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t},$$

dengan $h(t) \geq 0$.

Dari Definisi [2.3.1](#), [2.3.2](#), dan [2.3.3](#), dapat diperoleh hubungan fungsi survival, fungsi kepadatan peluang, dan fungsi hazard diberikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 h(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P((t \leq T < t + \Delta t) \wedge T \geq t)}{P(T \geq t)\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < t + \Delta t)}{S(t)\Delta t} \\
 &= \frac{1}{S(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \\
 &= \frac{1}{S(t)} \frac{dF(t)}{dt} \\
 \Leftrightarrow h(t) &= \frac{f(t)}{S(t)}.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Hubungan lain dari fungsi hazard dan fungsi survival adalah:

$$\begin{aligned}
 h(t) &= \frac{1}{S(t)} \frac{dF(t)}{dt} = \frac{1}{S(t)} \frac{d(1 - S(t))}{dt} = -\frac{S'(t)}{S(t)}. \\
 h(t) &= \frac{1}{S(t)} \frac{d(1 - S(t))}{dt} = \frac{1}{S(t)} - \frac{dS(t)}{dt} = -\frac{dS(t)}{S(t)} \frac{1}{dt} = -\frac{d(\ln(S(t)))}{dt}.
 \end{aligned}$$

Akibatnya diperoleh

$$d(\ln(S(t))) = -h(t)dt. \tag{2.2}$$

Dengan mengintegrasikan dan mengambil logaritma di kedua ruas pada Persamaan [\(2.2\)](#), diperoleh:

$$\ln(S(t)) = -\int_0^t h(x)dx \iff S(t) = \exp\left(-\int_0^t h(x)dx\right).$$

Akibatnya, Persamaan [\(2.1\)](#) dapat dituliskan menjadi

$$f(t) = h(t)S(t) \iff f(t) = h(t) \exp\left(-\int_0^t h(x)dx\right).$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln(S(t)),$$

$$S(t) = \exp\left(-\int_0^t h(x)dx\right),$$

$$f(t) = h(t) \exp\left(-\int_0^t h(x)dx\right).$$

2.4. Model Survival Aktuaria

Pada pemodelan survival aktuaria, terdapat dua konsep penting yang sering dibahas, yaitu peluang meninggal dan peluang bertahan hidup.

Definisi 2.4.1 [Bowers dkk [1997]] Diberikan X adalah variabel random kontinu yang menyatakan usia hingga terjadinya kematian pada suatu kelahiran, jika $F_X(x)$ merupakan fungsi distribusi kumulatif dari X , maka:

$$F_X(x) = P(X \leq x), \quad x \geq 0,$$

menyatakan peluang seseorang akan meninggal sebelum mencapai usia x . Fungsi survival $S(x)$ didefinisikan sebagai peluang seseorang akan bertahan hidup hingga usia x , atau secara matematis dapat dituliskan dalam bentuk

$$\begin{aligned} S_X(x) &= P(X > x) \\ &= 1 - F(x), \quad x \geq 0. \end{aligned}$$

Diasumsikan peluang seseorang yang lahir dan kemudian meninggal pada usia 0 tahun adalah nol, yaitu $F_X(0) = 0$, maka diperoleh $S_X(0) = 1$, yang artinya peluang seseorang yang lahir dan akan tetap hidup pada usia 0 tahun adalah 1.

Berdasarkan fungsi survival, peluang seseorang yang berusia x tahun akan meninggal pada usia antara x dan y , dengan $y > x$, dapat dituliskan dalam bentuk

$$P(x < X \leq y | X > x). \tag{2.3}$$

Berdasarkan Definisi 2.2.2, persamaan (2.3) menjadi

$$\begin{aligned} P(x < X \leq y | X > x) &= \frac{P(x < X \leq y)}{P(X > x)} \\ &= \frac{F_X(y) - F_X(x)}{1 - F_X(x)}. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Misalkan (x) didefinisikan sebagai seseorang yang berusia x tahun dan X adalah usia (x) ketika meninggal, maka sisa usia dari (x) adalah $X - x$, yang dinotasikan dengan $T(x)$.

Didefinisikan ${}_tq_x$ sebagai peluang seseorang berusia (x) akan meninggal sebelum mencapai usia $(x + t)$, dan notasi ${}_tp_x$ menyatakan peluang seseorang berusia

(x) akan bertahan hidup mencapai usia $(x + t)$. Secara matematis, dapat diberikan dalam persamaan berikut.

$${}_tq_x = P(T(x) \leq t), t \geq 0. \quad (2.5)$$

$${}_tp_x = 1 - {}_tq_x = P(T(x) > t), t \geq 0. \quad (2.6)$$

Untuk bayi yang baru lahir, $T(0) = X$ dan ditulis sebagai

$${}_xp_0 = S(x), \quad x \geq 0. \quad (2.7)$$

Berdasarkan Persamaan (2.7), maka Persamaan (2.5) dan (2.6) menjadi

$${}_tp_x = \frac{{}_{x+t}p_0}{{}_xp_0} = \frac{S(x+t)}{S(x)}, \text{ dan} \quad (2.8)$$

$${}_tq_x = 1 - {}_tp_x = 1 - \frac{S(x+t)}{S(x)} = \frac{S(x) - S(x+t)}{S(x)}. \quad (2.9)$$

Untuk $t = 1$, ${}_1p_x$ ditulis p_x , dan notasi ${}_1q_x$ ditulis q_x .

Selanjutnya, untuk menyatakan probabilitas kematian yang tertunda selama k tahun, digunakan notasi ${}_k|q_x$, yang artinya peluang seseorang berusia (x) akan bertahan hidup mencapai usia $(x + k)$ dan lalu meninggal dalam kurun waktu setahun kedepan. Probabilitas kematian yang tertunda selama k tahun, secara matematis dapat ditulis sebagai:

$${}_k|q_x = {}_kp_x \cdot q_{x+k}. \quad (2.10)$$

2.5. Percepatan Kematian

Intensitas kemungkinan terjadinya mortalita pada model survival aktuarial disebut sebagai percepatan kematian. Percepatan kematian didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.5.1 [Bowers dkk, 1997] Berdasarkan Persamaan (2.4), jika diambil $y = x + \Delta x$ maka Persamaan (2.4) menjadi:

$$P(x < X \leq x + \Delta x | X > x) = \frac{F_X(x + \Delta x) - F_X(x)}{1 - F_X(x)}. \quad (2.11)$$

Berdasarkan definisi limit, maka Persamaan (2.11) dapat dituliskan dalam bentuk

$$P(x < X \leq x + \Delta x | X > x) = \frac{f_X(x)}{1 - F_X(x)} \Delta x = \frac{f_X(x)}{S_X(x)} \Delta x. \quad (2.12)$$

Fungsi $\frac{f_X(x)}{S_X(x)}$ disebut dengan percepatan kematian dan dinotasikan dengan $\mu(x)$. Fungsi ini juga identik dengan *hazard rate*. Pada ilmu aktuaria, *hazard rate* disebut juga sebagai percepatan kematian sehingga secara matematis dapat ditulis:

$$\begin{aligned} \mu(x) &= \frac{f_X(x)}{S_X(x)} \\ &= \frac{S'_X(x)}{S_X(x)} \\ &= -\frac{d(\ln(S_X(x)))}{dx} \\ &= -\frac{d}{dx} \ln(S_X(x)) \\ -\mu(x) &= d \ln(S_X(x)), \end{aligned} \quad (2.13)$$

dengan $\mu(x) \geq 0$.

Apabila Persamaan (2.13) diintegrasikan di kedua ruas, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} -\int_x^{x+t} \mu(y) dy &= \int_x^{x+t} d \ln(S(y)) dy \\ &= \ln(S(x+t)) - \ln(S(x)) \\ &= \ln\left(\frac{S(x+t)}{S(x)}\right) \\ &= \ln({}_t p_x). \end{aligned}$$

Selanjutnya diperoleh

$${}_t p_x = e^{-\int_x^{x+t} \mu(y) dy},$$

dan

$${}_t q_x = 1 - {}_t p_x = 1 - e^{-\int_x^{x+t} \mu(y) dy}.$$

2.6. Pengukuran Bunga

Bunga didefinisikan sebagai kompensasi yang dibayar oleh peminjam kapital kepada pemberi pinjaman karena penggunaan kapital tersebut. Secara teoritis,

bentuk kapital dan bunga tidak harus sama. Akan tetapi, pada hampir semua pengaplikasiannya, kapital dan bunga dinyatakan dalam bentuk uang [Kellison, 1991].

2.6.1. Fungsi Akumulasi dan Fungsi Jumlah

Pada sebuah investasi pada suku bunga tertentu, nilai awal (*capital*) yang diinvestasikan disebut dengan pokok (*principal*), dan jumlah yang diterima setelah jangka waktu tertentu disebut nilai akumulasi (*accumulated value*). Selisih antara nilai akumulasi dan pokok disebut bunga (*interest*).

Fungsi akumulasi $a(t)$ adalah fungsi yang memetakan pokok sebesar satu unit pada nilai akumulasinya setelah jangka waktu t . Fungsi akumulasi memiliki karakteristik berikut.

1. $a(0) = 1$;
2. $a(t)$ pada umumnya adalah fungsi tidak turun. Pada beberapa kasus, fungsi $a(t)$ yang turun artinya investasi merugi dan fungsi $a(t)$ yang konstan artinya investasi tidak berbunga;
3. Apabila bunga bertambah secara kontinu, maka $a(t)$ kontinu.

Misalkan k adalah nilai pokok yang diinvestasikan di awal, fungsi jumlah dinotasikan dengan $A(t)$, secara matematis, ditulis dalam bentuk

$$A(t) = k \cdot a(t), \quad (2.14)$$

dengan

$$A(0) = k.$$

Bunga yang diperoleh dari awal mulai investasi hingga periode ke- n dinotasikan dengan I_n dan secara matematis ditulis sebagai

$$I_n = A(n) - A(n - 1), \quad (2.15)$$

dengan n bilangan bulat dan $n \geq 1$.

2.6.2. Tingkat Bunga Efektif

Tingkat bunga efektif (*effective rate of interest*) adalah jumlah uang yang diperoleh dalam satu periode sebesar satu unit uang yang diinvestasikan pada awal periode, yang dibayarkan pada akhir periode. Tingkat bunga efektif dinotasikan dengan i dan secara matematis ditulis dalam persamaan

$$i = a(1) - a(0)$$

atau

$$a(1) = 1 + i \quad (2.16)$$

Tingkat bunga efektif bisa dihitung dari semua periode pengukuran. Misalkan i_n adalah tingkat bunga efektif selama periode ke- n dari awal investasi, maka

$$i_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n-1)} = \frac{I_n}{A(n-1)} \quad (2.17)$$

dengan n bilangan bulat dan $n \geq 1$.

2.6.3. Bunga Sederhana

Misalkan i_s adalah tingkat bunga sederhana. Penerapan bunga sederhana (*simple interest*) artinya jumlah bunga yang diperoleh dalam setiap periode adalah tetap, yaitu $A(t) = 1 + i_s \cdot t$, untuk setiap bilangan bulat $t \geq 0$.

Tingkat bunga efektif untuk periode ke- n ditulis sebagai

$$\begin{aligned} i_n &= \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} \\ &= \frac{(1 + in) - (1 + i(n-1))}{1 + i(n-1)} \\ &= \frac{i}{1 + i(n-1)} \end{aligned}$$

2.6.4. Bunga Majemuk

Misalkan i_c adalah tingkat bunga majemuk. Penerapan bunga majemuk (*compound interest*) artinya jumlah bunga yang diperoleh dalam satu periode ikut dibungakan di periode berikutnya. Secara matematis ditulis sebagai

$$a(t) = (1 + i)^t \quad (2.18)$$

untuk setiap bilangan bulat $t \geq 0$.

Tingkat bunga efektif untuk periode ke n ditulis sebagai

$$\begin{aligned} i_n &= \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} \\ &= \frac{(1+i_c)^n - (1+i_c)^{n-1}}{(1+i_c)^{n-1}} \\ &= \frac{(1+i) - 1}{i} \\ &= i_c \end{aligned} \tag{2.19}$$

Pada Persamaan (2.19), diperoleh bahwa tingkat bunga majemuk (i_c) yang konstan berarti tingkat bunga efektif (i) yang konstan pula.

2.6.5. Nilai Sekarang

Untuk mengetahui berapa nilai investasi awal yang diperlukan untuk memperoleh nilai 1 di akhir satu periode, digunakan faktor diskonto (*discount factor*) (v). Secara matematis, v bisa ditulis sebagai

$$v = \frac{1}{1+i}. \tag{2.20}$$

Untuk menerapkan Persamaan (2.20) pada lebih dari satu periode, digunakan fungsi diskonto (*discount function*) yang dinotasikan dengan $a^{-1}(t)$. Untuk setiap $t \geq 0$, fungsi diskonto pada pembungaan sederhana ditulis sebagai

$$a^{-1}(t) = \frac{1}{1+it}, \tag{2.21}$$

dan pada pembungaan majemuk ditulis sebagai

$$a^{-1}(t) = \frac{1}{(1+i)^t} = v^t \tag{2.22}$$

2.6.6. Tingkat Diskonto Efektif

Tingkat diskonto efektif (*effective rate of discount*) adalah rasio jumlah bunga terhadap jumlah investasi pada akhir periode. Tingkat diskonto efektif untuk periode ke- n dari saat awal investasi secara matematis ditulis sebagai

$$d_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n)} = \frac{I_n}{A(n)}, \tag{2.23}$$

untuk setiap bilangan bulat $n \geq 1$.

Berikut adalah beberapa hubungan i , v , dan d yang sering digunakan:

- $i = \frac{d}{1-d} \Leftrightarrow i - id = d \Leftrightarrow d(1+i) = i \Leftrightarrow d = \frac{i}{1+i}$;
- $d = iv \Leftrightarrow d = i - id \Leftrightarrow i - d = id$.

Nilai sekarang pada penerapan diskonton sederhana (*simple discount*) dapat ditulis sebagai

$$a^{-1}(t) = 1 - dt, \quad \text{untuk } 0 \leq t \leq \frac{1}{d}.$$

Nilai sekarang pada penerapan diskonton majemuk (*compound discount*) dapat ditulis sebagai

$$a^{-1}(t) = v^t = (1 - d)^t, \quad \text{untuk } t \geq 0.$$

2.6.7. Tingkat Bunga dan Tingkat Diskonto Nominal

Tingkat bunga dan diskonto yang dibayarkan lebih dari satu kali pada setiap periode disebut sebagai nominal. Frekuensi pembayaran bunga disebut periode konversi bunga (*interest conversion period*).

Tingkat bunga nominal (*nominal rate of interest*) yang dibayarkan m kali dalam satu periode dinotasikan dengan $i^{(m)}$, dimana m bilangan bulat positif. Hubungan antara tingkat bunga nominal $i^{(m)}$ dengan tingkat bunga efektif i dapat dituliskan sebagai

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

$$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

dan

$$i^{(m)} = m \left((1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1 \right)$$

dengan $\frac{i^{(m)}}{m}$ adalah tingkat bunga efektif untuk $\frac{1}{m}$ periode.

Tingkat diskonto nominal (*nominal rate of discount*) yang dibayarkan m kali dalam satu periode dinotasikan dengan $d^{(m)}$, dimana m bilangan bulat positif.

Hubungan antara tingkat diskonto nominal $d^{(m)}$ dengan tingkat diskonto efektif d dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} 1 - d &= \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m \\ d &= 1 - \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m \\ d^{(m)} &= m \left(1 - (1 - d)^{\frac{1}{m}}\right) = m \left(1 - v^{\frac{1}{m}}\right). \end{aligned}$$

2.6.8. Laju Bunga dan Diskonto

Laju bunga (*force of interest*) adalah ukuran intensitas bunga yang beroperasi pada suatu waktu. Laju bunga pada saat t dinotasikan dengan δ_t dan secara matematis bisa ditulis sebagai

$$\delta_t = \frac{A'(t)}{A(t)} = \frac{a'(t)}{a(t)}.$$

Hubungan antara δ_t , $a(t)$, $A(t)$, dan i , dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \delta_t &= \frac{d}{dt} \ln a(t) = \frac{d}{dt} \ln A(t) \\ a(t) &= e^{\int_0^t \delta_r dr}. \end{aligned} \tag{2.24}$$

Laju diskonto (*force of discount*) dinotasikan dengan δ'_t dan secara matematis dapat ditunjukkan bahwa $\delta'_t = \delta_t$. Hubungan antara δ'_t dengan fungsi diskonto $a^{-1}(t)$ adalah

$$\delta'_t = \frac{\frac{d}{dt} a^{-1}(t)}{a^{-1}(t)}$$

Pada pengaplikasiannya, laju bunga adalah konstan, sehingga $\delta_t = \delta$. Persamaan (2.24) bisa ditulis menjadi

$$\begin{aligned} a(t) &= e^{\int_0^t \delta_r dr} \\ a(t) &= e^{t\delta} \\ (1 + i)^t &= e^{t\delta} \\ e^\delta &= 1 + i \\ \delta &= \ln(1 + i) \end{aligned} \tag{2.25}$$

2.7. Tabel Mortalitas

Tabel mortalitas mendeskripsikan proses hidup suatu populasi tertentu yang dimulai pada waktu kelahiran (usia 0) yang sama sampai pada waktu tertentu punah karena kematian. Di bidang ilmu aktuaria dan demografi, tabel mortalitas adalah tabel yang menunjukkan, untuk setiap usia, peluang seseorang pada usia tersebut akan mati sebelum ulang tahun berikutnya.

Misalkan terdapat sejumlah bayi yang baru lahir (usia 0) pada suatu rumah sakit. Kelompok orang seperti ini yang mempunyai ciri yang sama, karena dilahirkan secara bersamaan, disebut kohort. Kemudian jumlah bayi-bayi tersebut dinyatakan dengan l_0 . Selanjutnya bayi-bayi yang mencapai usia 1 tahun dinyatakan dengan l_1 , sehingga diperoleh:

$$d_0 = l_0 - l_1.$$

d_0 menyatakan jumlah bayi berusia 0 tahun yang meninggal sebelum mencapai usia 1 tahun. Kemudian bayi yang berusia 1 tahun dan mencapai usia 2 tahun dinyatakan dengan l_2 , sedangkan yang meninggal sebelum mencapai usia 2 tahun dinyatakan dengan d_1 , dengan

$$d_1 = l_1 - l_2.$$

Proses ini terus dilanjutkan hingga semua orang dalam kelompok tersebut meninggal. Oleh karena itu, diperoleh hubungan

$$d_x = l_x - l_{x+t}.$$

d_x menyatakan banyaknya orang berusia x tahun yang meninggal sebelum mencapai usia $(x + 1)$ tahun dan l_x menyatakan banyaknya orang yang berusia x tahun.

2.7.1. Hubungan Fungsi Survival dengan Tabel Mortalitas

Misalkan suatu kelompok bayi yang baru lahir berjumlah 100.000 orang dan dinotasikan dengan $l_0 = 100.000$. Kemudian $L(x)$ adalah jumlah orang dalam

suatu kelompok yang mencapai usia x tahun sehingga dapat ditulis

$$L(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j,$$

dengan

$$I_j = \begin{cases} 1, & \text{jika } j \text{ mencapai usia } x \text{ tahun,} \\ 0, & \text{lainnya.} \end{cases}$$

$$E[I_j] = S(x) \text{ sehingga } E[L(x)] = E \left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j \right] = l_0 S(x).$$

Kemudian apabila $E[L(x)]$ dinotasikan dengan l_x yang menyatakan harga harapan dari jumlah orang dari l_0 bayi yang baru lahir dan hidup mencapai usia x tahun maka akan diperoleh:

$$l_x = l_0 S(x). \quad (2.26)$$

Dari Persamaan (2.26), maka Persamaan (2.8) dan (2.9) menjadi

$${}_t p_x = \frac{S(x+t)}{S(x)} = \frac{l_{x+t}}{l_x}. \quad (2.27)$$

dan

$${}_t q_x = 1 - \frac{S(x+t)}{S(x)} = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x}. \quad (2.28)$$

Kemudian jika ${}_t D_x$ menyatakan jumlah kematian yang terjadi antara usia x dan $x+t$ dari l_0 kelahiran, maka $E[{}_t D_x]$ dapat dinotasikan dengan ${}_t d_x$ yang menyatakan harga harapan jumlah kematian yang terjadi antara usia x dan $x+t$ dari l_0 kelahiran.

Peluang kematian seorang bayi yang baru lahir untuk meninggal antara usia x dan $x+t$ tahun adalah $S(x) - S(x+t)$ sehingga,

$$\begin{aligned} {}_t d_x &= E[{}_t D_x] = l_0 [S(x) - S(x+t)] \\ &= l_x - l_{x+t}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Berikut adalah komponen-komponen tabel mortalitas dan hubungan mereka.

1. x , menyatakan usia dan t , menyatakan interval tahun.
2. ${}_tq_x$, menyatakan peluang seseorang berusia x akan meninggal dalam t tahun.

$${}_tp_x = 1 - {}_tq_x, \quad (2.30)$$

dengan ${}_tp_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x akan hidup hingga usia $x + t$ tahun.

3. l_x , menyatakan harga harapan jumlah orang yang dapat bertahan hidup sampai usia x .

$$l_{x+t} = l_x \cdot {}_tp_x \quad (2.31)$$

4. ${}_td_x$, menyatakan harga harapan jumlah orang yang meninggal antara usia x sampai usia $x + t$ tahun.

$${}_td_x = l_x \cdot {}_tq_x. \quad (2.32)$$

Apabila Persamaan (2.30) disubstitusikan ke Persamaan (2.31), diperoleh

$$\begin{aligned} l_{x+t} &= l_x(1 - {}_tq_x), \\ l_{x+t} &= l_x - l_x \cdot {}_tq_x, \\ l_{x+t} &= l_x - {}_td_x. \end{aligned} \quad (2.33)$$

5. ${}_tL_x$, menyatakan harga harapan jumlah orang yang bertahan hidup dari usia x sampai $x + t$ tahun.

$${}_tL_x = \int_0^t l_{x+n} dn. \quad (2.34)$$

6. T_x , menyatakan harga harapan total jumlah tahun hidup perorang untuk orang yang berusia x sampai semua anggota kohort meninggal.

$$T_x = \int_0^{\infty} l_{x+n} dn \quad (2.35)$$

7. Hubungan T_x dan ${}_tL_x$ Persamaan (2.34) dan (2.35) memberikan hubungan berikut,

$$\begin{aligned}
 {}_tL_x &= \int_0^t l_{x+n} dn \\
 &= \int_x^{x+t} l_y dy \\
 &= \int_x^\infty l_y dy - \int_{x+t}^\infty l_y dy \\
 &= T_x - T_{x+t}.
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

8. ${}_tm_x$, menyatakan tingkat kematian pusat yang merupakan tingkat kematian rata-rata yang dialami oleh kelompok usia $[x : x + t]$.

$${}_tm_x = \frac{{}_td_x}{{}_tL_x}. \tag{2.37}$$

2.8. Longevity Risk

Longevity risk atau risiko umur panjang adalah risiko ketidakakuratan estimasi tren nilai mortalita. Ini terjadi ketika nilai harapan hidup seluruh kelompok usia lebih tinggi dari yang diharapkan.

Kebalikan dari risiko umur panjang adalah risiko mortalita (*mortality risk*), yang artinya adalah risiko nilai harapan hidup kelompok usia lebih rendah dari yang diharapkan. Peningkatan risiko umur panjang ekuivalen dengan penurunan risiko mortalita, dan begitu juga sebaliknya. Hal ini menyebabkan penggunaan istilah-istilah risiko umur panjang dan risiko mortalita dapat ditukarkan [Homa, 2018].

2.9. Regresi Beta

Salah satu model regresi yang sering digunakan untuk variabel respon yang berada pada interval $[0, 1]$ adalah *beta regression model* oleh Ferrari dan Cribari-Neto [2004]. Model regresi ini memberikan solusi alternatif ketika model regresi linear menghasilkan *fitted values* yang melampaui batas atas dan batas bawah variabel.

Distribusi beta dikenal sebagai distribusi yang fleksibel dalam memodelkan proporsi karena densitasnya memiliki bentuk yang cenderung berbeda, tergantung

dengan nilai parameter pada distribusi ini, yakni p dan q . Fungsi densitas dari variabel acak yang berdistribusi beta ditulis sebagai,

$$f(y; p, q) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} y^{p-1}(1-y)^{q-1} \quad (2.38)$$

dimana $0 < y < 1$, $p > 0$, $q > 0$, dan $\Gamma()$ merupakan fungsi gamma. Rata-rata dan varians y ditulis sebagai,

$$E(y) = \frac{p}{p+q} \quad (2.39)$$

dan

$$\text{var}(y) = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}. \quad (2.40)$$

Untuk membentuk model regresi beta yang menyertakan rata-rata variabel respons dan parameter dispersi, dilakukan reparameterisasi. Misalkan terdapat parameter rata-rata μ dan parameter dispersi φ dengan $\mu = \frac{p}{p+q}$ dan $\varphi = p+q$, sehingga $p = \mu\varphi$ dan $q = (1-\mu)\varphi$. Dengan demikian, Persamaan (2.39) dan (2.40) menjadi,

$$E(y) = \mu \quad (2.41)$$

dan

$$\text{var}(y) = \frac{\mu(1-\mu)}{\varphi+1}. \quad (2.42)$$

Setelah dilakukan reparameterisasi, fungsi densitas distribusi beta pada Persamaan (2.38) menjadi,

$$f(y; \mu, \varphi) = \frac{\Gamma(\varphi)}{\Gamma(\mu\varphi)\Gamma((1-\mu)\varphi)} y^{\mu\varphi-1}(1-y)^{(1-\mu)\varphi-1}. \quad (2.43)$$

dengan $0 < y < 1$, $0 < \mu < 1$, dan $\varphi > 0$.

Model regresi beta terdiri dari dua fungsi hubung (*link functions*), yakni fungsi hubung untuk parameter rata-rata μ dan untuk parameter dispersi φ . Misalkan y_1, y_2, \dots, y_n adalah variabel acak saling bebas dan mengikuti densitas pada Persamaan (2.43), model regresi beta ditulis sebagai,

$$g_1(\mu_i) = \sum_{j=1}^k x_{ij}\beta_j \quad \text{dan} \quad g_2(\varphi_i) = \sum_{j=1}^k z_{ij}\gamma_j, \quad (2.44)$$

dimana β_j dan γ_j adalah parameter regresi, dan x_{ij} dan z_{ij} adalah kovariat mean dan presisi, dengan k adalah jumlah kovariat. Parameter β_j dan γ_j diestimasi dengan *maximum likelihood*. Pilihan fungsi hubung yang sering digunakan untuk g_1 adalah fungsi hubung logit, ditulis sebagai,

$$g_1(\mu) = \text{logit}(\mu) = \ln\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right) \rightarrow \mu = \frac{\exp \mathbf{x}_i^T \beta}{1 + \exp \mathbf{x}_i^T \beta}. \quad (2.45)$$

Fungsi hubung yang sering digunakan untuk g_2 adalah fungsi hubung identitas/normal.

2.10. Model Lee-Carter

Salah satu metode yang paling berpengaruh terhadap pemodelan stokastik tingkat mortalitas adalah model yang diusulkan oleh Lee dan Carter [1992]. Model ini menggunakan analisis komponen utama untuk memisahkan matriks usia-waktu dari tingkat kematian pusat (*center death rate*) menjadi kombinasi linear dari parameter usia dan waktu, dimana parameter waktu dianggap sebagai kunci untuk membuat proyeksi tingkat kematian.

Pada penelitian ini menggunakan data tabel mortalitas SSA, sehingga usia dinotasikan sebagai x , dengan $x = 1, 2, 3, \dots, 119$. Tahun pada tabel mortalitas dinotasikan sebagai t , dengan $t = 2010, 2011, 2012, \dots, 2020$.

Dengan demikian, model Lee-Carter dapat ditulis.

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \epsilon_{x,t}. \quad (2.46)$$

dengan:

- $m_{x,t}$ = tingkat kematian pusat (*center death rate*) pada usia x .
- a_x = tingkat mortalitas secara umum pada usia x .
- b_x = kecenderungan perubahan tingkat mortalitas pada usia x akibat perubahan parameter k_t .
- k_t = indeks kematian secara umum pada tahun t .

- $\epsilon_{x,t}$ = residual pada usia x dan tahun t . Residual diasumsikan homoskedastik.

Model Lee-Carter mengambil logaritma dari *age specific death rate* dengan batasan parameter berikut.

$$\sum_t^T k_t = 0 \text{ dan } \sum_x^X b_x = 1.$$

Estimasi parameter a_x dilakukan menggunakan *least square* dengan cara meminimumkan nilai error sehingga $\sum_t^T \epsilon_{x,t} = 0$.

Selanjutnya untuk estimasi parameter b_x dan k_t dilakukan menggunakan metode SVD,

$$D_t = \sum_x^\omega L_{x,t} \exp(a_x + b_x k_t), \quad (2.47)$$

dengan D_t adalah banyaknya jumlah kematian pada tahun t dan $L_{x,t}$ adalah jumlah populasi pertengahan tahun (*exposure to risk*) usia x pada tahun t .

Peramalan model Lee-Carter menggunakan metode runtun waktu ARIMA. Model Lee-Carter mengasumsikan bahwa tren kematian dari waktu ke waktu dapat dijelaskan oleh suatu parameter yang disebut sebagai indeks kematian k_t . Proyeksi tingkat kematian ini bergantung pada ekstrapolasi indeks kematian yang diperoleh melalui pemilihan model ARIMA yang sesuai. Data runtun waktu yang digunakan adalah parameter indeks kematian k_s . Pada tahap ini, pendekatan Box-Jenkins standar (identifikasi, estimasi, diagnosis) digunakan untuk mengembangkan model ARIMA (p,d,q) yang tepat untuk indeks kematian k_s .

2.11. Pemilihan Model Terbaik

Untuk menentukan model yang terbaik biasanya memilih tingkat *error* yang paling minimum. Beberapa ukuran dari pemilihan model terbaik yang digunakan pada penelitian ini adalah MAPE and RMSE.

Jika x_1, \dots, x_n menyatakan keseluruhan data, data *in sample* dapat dinyatakan sebagai $x_1, \dots, x_m, m < n$. Jika hasil penyesuaian disebut $\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_m, m < n$, dengan m adalah banyaknya periode peramalan/dugaan. Maka didefinisikan:

1. Root Mean Square Error (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \hat{x}_i)^2}{n}}. \quad (2.48)$$

2. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^m |X_i - \hat{X}_i|}{m} \times 100\%. \quad (2.49)$$

3. Mean Squared Error (MSE)

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \hat{x}_i)^2}{n} \quad (2.50)$$

BAB III

PERHITUNGAN *LONGEVITY INDEX* DAN PENYESUAIAN PROYEKSI MORTALITAS YANG MENGIKUTSERTAKAN RISIKO *LONGEVITY*

Pada October 2023, *National Association of Insurance Commissioners (NAIC) Life Actuarial Task Force (LATF)* menyetujui skala pengembangan nilai mortalita yang disusun oleh *American Academy of Actuaries* dan *Society of Actuaries* yang disebut dengan *Historical Mortality Improvement (HMI) and Future Mortality Improvement (FMI) Scales* [Society of Actuaries, 2023]. Skala pengembangan ini dibangun berdasarkan data mortalitas yang disediakan oleh *Social Security Administration (SSA)*. Prinsip utama metode *HMI and FMI Scales* adalah bahwa dampak dari pandemi COVID-19 harus tercermin dalam valuasi mortalitas selama dampak tersebut diperkirakan akan terus berlanjut [Society of Actuaries, 2022].

3.1. Data Mortalitas *Social Security Administration (SSA)*

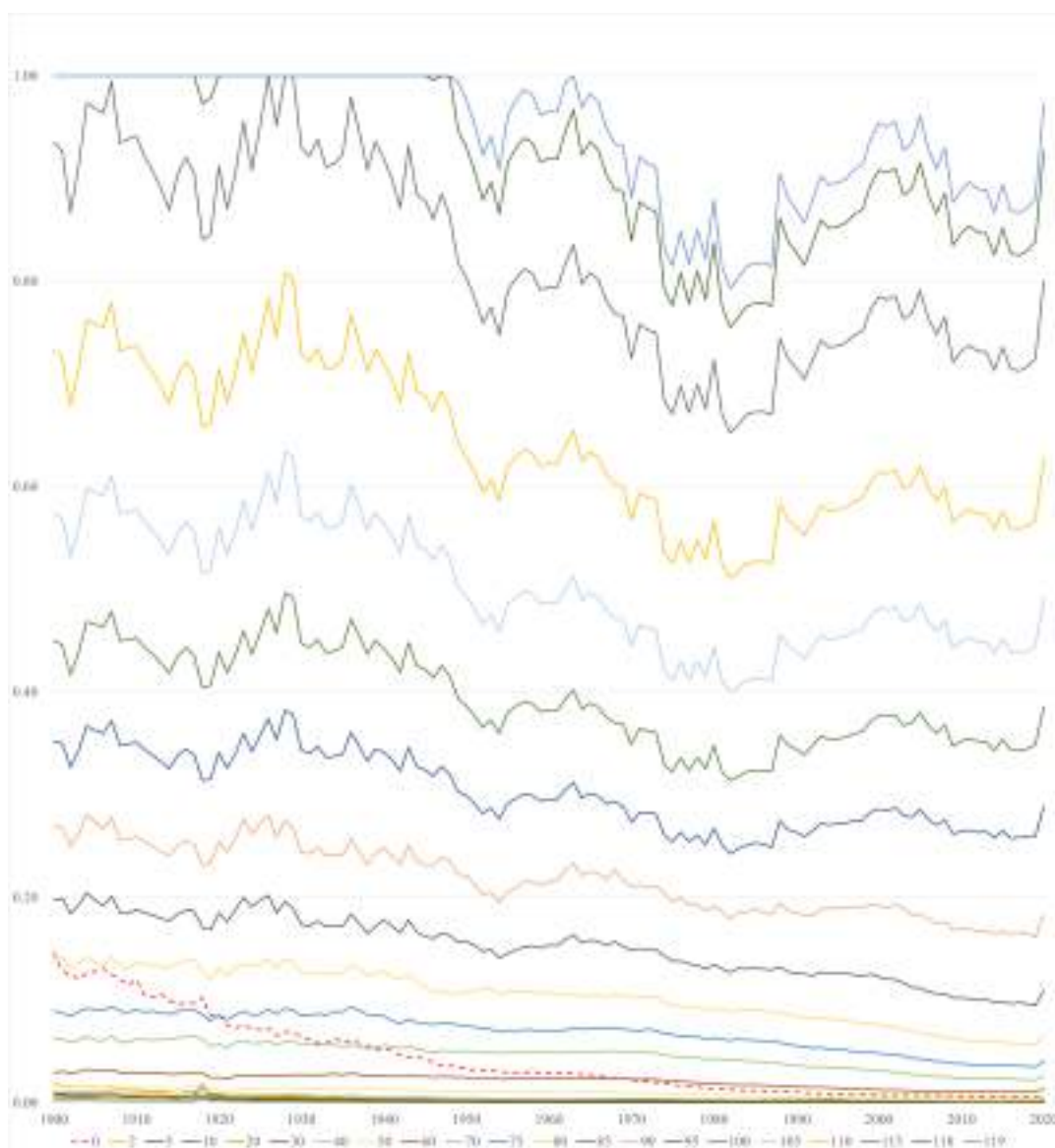
Administrasi Jaminan Sosial (*Social Security Administration* atau *SSA*) adalah lembaga pemerintah federal di Amerika Serikat yang bertanggung jawab atas program-program jaminan sosial negara tersebut.

Populasi daerah *SSA* terdiri dari:

1. Penduduk 50 Negara Bagian dari Amerika Serikat dan Distrik Columbia yang disesuaikan untuk perhitungan sensus bersih;
2. Penduduk sipil Puerto Rico, the Virgin Islands, Guam, American Samoa, dan Kepulauan Mariana Utara;
3. Pegawai sipil federal dan anggota Angkatan Bersenjata Amerika Serikat (*U.S. Armed Forces*) di luar negeri beserta keluarga mereka;

4. Warga non-kewarganegaraan (atau warga negara asing) yang tinggal di luar negeri yang diasuransikan untuk manfaat *Social Security*; dan
5. Semua warga negara Amerika Serikat lainnya yang tinggal di luar negeri.

Tabel 3.1 menunjukkan plot data mortalitas SSA tahun observasi 1990-2020 untuk usia 0-119 tahun yang diperoleh dari [Social Security Administration \[2023\]](#). Pada plot terlihat bahwa fenomena *longevity* terjadi untuk semua usia. Hal ini ditandai dengan plot nilai mortalitas yang menurun seiring tahun berjalan, hingga akhirnya meningkat di tahun 2020 karena adanya pandemi COVID-19.



Gambar 3.1 Plot nilai mortalitas SSA tahun 1990-2020

3.2. Metode *Historical Mortality Improvement (HMI) Scale*

Skala Peningkatan Mortalitas Historis atau yang disebut dengan *Historical Mortality Improvement (HMI) scale* adalah tahap awal dari proses pengembangan tabel mortalita yang diusulkan oleh [Society of Actuaries \[2022\]](#). *HMI scale* diperoleh dari analisis rata-rata komponen historis dan komponen pertimbangan masa depan.

Komponen historis dari metode ini tertuang dalam penggunaan nilai rata-rata dari angka historis *mortality improvement* tahunan selama sepuluh tahun (*10 year geometric average*) yang diperoleh dari data nilai mortalitas populasi umum yang dipublikasikan oleh *Social Security Administration (SSA)*. Data hasil observasi yang diperoleh dari SSA memiliki keterlambatan selama dua tahun, misalnya pada nilai HMI terbaru yakni tahun 2023, data historis yang dipakai hanya sampai tahun 2021, yaitu tahun dengan data terbaru SSA. Sehingga, data historis yang dipakai adalah data tahun 2011-2021 [[Society of Actuaries](#), [American Academy of Actuaries](#)].

Meskipun selalu memakai data historis SSA selama sepuluh tahun, dampak awal dari pandemi COVID-19 dalam bentuk peningkatan angka kematian terlihat dalam nilai mortalita tahun 2020, sehingga nilai mortalita tahun tersebut tidak sesuai apabila digunakan dalam perhitungan nilai rata-rata HMI sepuluh tahun. Nilai mortalita tahun 2020 dan 2021 selanjutnya diasumsikan tidak berubah atau sama dengan nilai mortalita tahun 2019 dalam perhitungan rata-rata sepuluh tahunnya [[Society of Actuaries](#), [2022](#)].

Komponen pertimbangan masa depan dari metode HMI tertuang dalam penggunaannya untuk memproyeksikan *mortality improvement* masa depan. Proyeksi *HMI scale* digunakan untuk periode dua tahun, yakni selama durasi keterlambatan data observasi dari SSA. *Future averaging* ini dilakukan dengan metode yang sama dalam komponen historisnya, yaitu dengan *geometric average* [[Society of Actuaries](#), [American Academy of Actuaries](#)].

Improvement rate yang tersedia dan bisa digunakan dengan metode HMI

saat ini adalah sampai tahun 2022. Perhitungan menggunakan HMI *scale* adalah

$$q_{x,y} = q_{x,y_0} \times (1 - HMI_{x,y})^{(y-y_0)}, \quad (3.1)$$

dengan

- y_0 = tahun dengan data nilai mortalita yang tersedia, y = tahun dimana nilai mortalita akan diprediksi, $y_0, y \leq 2023$,
- $q_{x,y}$ = nilai mortalita kelompok usia x untuk tahun y ,
- q_{x,y_0} = nilai mortalita kelompok usia x untuk tahun y_0 ,
- $HMI_{x,y}$ = *mortality improvement rate* kelompok usia x di tahun y .

Pada bagian ini, akan dilakukan perkembangan nilai mortalita 2010 yang diperoleh dari SSA ke tahun 2019. Nilai mortalita 2010 menurut SSA untuk usia 0-10 tahun diberikan dalam Tabel 3.1. Untuk nilai mortalita yang lengkap terdapat pada LAMPIRAN A.

Usia (x)	q_x (laki-laki)	q_x (perempuan)
0	0.006680	0.005562
1	0.000436	0.000396
2	0.000307	0.000215
3	0.000241	0.000172
4	0.000184	0.000137
5	0.000146	0.000113
6	0.000127	0.000102
7	0.000122	0.000098
8	0.000120	0.000098
9	0.000117	0.000097
10	0.000118	0.000100

Tabel 3.1 Nilai Mortalita SSA 2010 untuk usia 0-10 tahun

Untuk mengembangkan nilai mortalita 2010 ke tahun 2019, nilai HMI yang digunakan adalah HMI 2019. HMI 2019 untuk usia 0-20 tahun diberikan dalam Tabel 3.2. Untuk HMI 2019 yang lengkap terdapat pada LAMPIRAN C.

Usia (x)	HMI Rates 2019 (laki-laki)	HMI Rates 2019 (perempuan)
0	0.957412%	0.717618%
\vdots	\vdots	\vdots
15	0.957412%	0.717618%
16	0.904222%	0.677751%
17	0.851033%	0.637883%
18	0.797843%	0.598015%
19	0.744654%	0.558147%
20	0.691464%	0.518280%

Tabel 3.2 Historical Mortality Improvement Rates 2019 untuk usia 0-20 tahun

Dengan mensubstitusikan nilai $y_0 = 2010$ dan $y = 2019$ pada persamaan (3.2.), maka diperoleh

$$\begin{aligned} q_{x,2019} &= q_{x,2010} \times (1 - HMI_{x,2019})^{(2019-2010)}, \\ &= q_{x,2010} \times (1 - HMI_{x,2019})^9. \end{aligned}$$

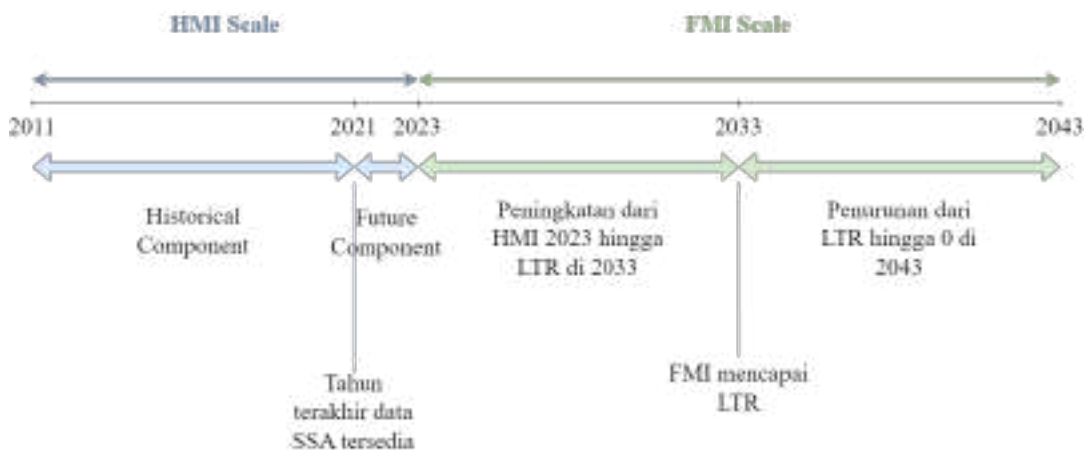
Oleh karena itu, hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke tahun 2019 untuk usia 0-10 diberikan dalam Tabel 3.3. Hasil pengembangan yang lengkap terdapat pada LAMPIRAN E.

Usia (x)	q_x (laki-laki)	q_x (perempuan)
0	0.006126	0.005213
1	0.000400	0.000371
2	0.000282	0.000202
3	0.000221	0.000161
4	0.000169	0.000128
5	0.000134	0.000106
6	0.000116	0.000096
7	0.000112	0.000092
8	0.000110	0.000092
9	0.000107	0.000091
10	0.000108	0.000094

Tabel 3.3 Hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke tahun 2019 untuk usia 0-10

3.3. Metode *Future Mortality Improvement (FMI) Scale*

Future Mortality Improvement (FMI) Scale digunakan untuk melakukan penghitungan perkembangan nilai mortalita masa depan yang dimulai dari perhitungan HMI 2023. *Improvement rates* menunjukkan nilai mortalita yang memburuk di tahun 2024-2026, dimana ini merupakan dampak dari pandemi COVID-19. Nilai di tahun 2026 bernilai 0. Nilai FMI lalu tumbuh dari 0 hingga sebuah *long-term rate (LTR)*. Selanjutnya, FMI tetap di LTR dan tidak berubah selama lima tahun, untuk tahun 2033-2038. *Improvement rates* lalu akan kembali menjadi nol di tahun ke-20 yaitu 2043. Metode perhitungan HMI dan FMI divisualisasikan dalam bentuk diagram sederhana pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Metode Perhitungan *Historical Mortality Improvement (HMI)* dan *Future Mortality Improvement (FMI) Scale*

Perhitungan perkembangan nilai mortalita masa depan menggunakan *FMI scales* didefinisikan sebagai berikut

$$q_{x,y} = q_{x,2022} \times (1 - FMI_{x,2022+1}) \times (1 - FMI_{x,2022+2}) \times \dots \times (1 - FMI_{x,y-1}) \quad (3.2)$$

dengan

- $q_{x,y}$ = nilai mortalita kelompok usia x untuk tahun y ,
- $q_{x,2023}$ = nilai mortalita kelompok usia x untuk tahun 2023.

Contoh FMI yang digunakan diberikan dalam Tabel 3.4.

		Usia (x)			
		0	1	2	3
Tahun	2023	-0.002129	-0.002129	-0.002129	-0.002129
	2024	-0.001065	-0.001065	-0.001065	-0.001065
	2025	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabel 3.4 *Future Mortality Improvement Rates* untuk usia 0-3 tahun 2023-2025

Pada Tabel 3.4, improvement rates bernilai negatif. Hal ini menunjukkan nilai mortalita yang memburuk sebagai dampak dari pandemi COVID-19.

3.4. Longevity Index

Longevity index adalah skala penyesuaian yang dapat diikutsertakan dalam perhitungan anuitas sebagai cara untuk mengatasi masalah risiko umur panjang. Skala ini adalah berupa faktor perbandingan antara nilai probabilitas hidup estimasi yang digunakan sebagai referensi asumsi terhadap nilai probabilitas hidup yang sebenarnya atau nilai probabilitas hidup hasil observasi.

Misalkan probabilitas kelompok usia x_0 untuk hidup hingga usia $(x_0 + k)$ yang diperoleh dari estimasi dan selanjutnya digunakan sebagai referensi dalam perhitungan dalam anuitas dinotasikan sebagai ${}_k p_{x_0}^{ref}$. Probabilitas kelompok usia x_0 untuk hidup hingga usia $(x_0 + k)$ yang diperoleh dari hasil observasi populasi tersebut dinotasikan dengan ${}_k p_{x_0}^{obs}$. *Longevity index* merupakan faktor perbandingan nilai probabilitas hidup referensi terhadap nilai probabilitas hidup hasil observasi dan didefinisikan sebagai berikut [Michel, 2011]

$$I_{t_0+k} = \frac{{}_k p_{x_0}^{ref}(t_0)}{{}_k p_{x_0}^{obs}(t_0)} = \prod_{j=0}^{k-1} \frac{p_{x_0+j}^{ref}(t_0+j)}{p_{x_0+j}^{obs}(t_0+j)}. \quad (3.3)$$

Pada bagian ini, probabilitas hidup referensi adalah hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke 2019 menggunakan metode HMI. Probabilitas hidup hasil observasi adalah nilai mortalita 2019 yang diperoleh dari data SSA. Nilai

mortalita 2019 menurut SSA untuk usia 0-10 tahun ditunjukkan dalam Tabel 3.5. Nilai mortalita yang lengkap terdapat pada LAMPIRAN B.

Usia (x)	q_x (laki-laki)	q_x (perempuan)
0	0.006081	0.005046
1	0.000425	0.000349
2	0.000247	0.000203
3	0.000198	0.000168
4	0.000161	0.000140
5	0.000139	0.000123
6	0.000126	0.000111
7	0.000120	0.000101
8	0.000118	0.000096
9	0.000122	0.000095
10	0.000132	0.000097

Tabel 3.5 Nilai mortalita SSA 2019 untuk usia 0-10 tahun

Untuk menyesuaikan dengan data yang digunakan pada penelitian ini, Persamaan (3.3) akan dijabarkan untuk memuat nilai mortalita hasil perkembangan yang digunakan sebagai nilai referensi, yaitu

$$\begin{aligned}
 I_{t_0+k} &= \frac{{}_k p_{x_0}^{ref}(t_0)}{{}_k p_{x_0}^{obs}(t_0)} \\
 &= \frac{1 - {}_k q_{x_0}^{ref}(t_0)}{1 - {}_k q_{x_0}^{obs}(t_0)}.
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

Akan dianalisis tiga skenario I_{t_0+k} yang mungkin terjadi, yaitu $I_{t_0+k} = 1$, $I_{t_0+k} < 1$, dan $I_{t_0+k} > 1$.

1. $I_{t_0+k} = 1$

Longevity index bernilai satu ketika pergerakan nilai mortalita sesuai dengan ekspektasi dan probabilitas survival sesuai dengan yang diprediksi (tabel mortalita yang digunakan sesuai).

2. $I_{t_0+k} < 1$

Longevity index bernilai kurang dari satu ketika nilai p hasil observasi lebih tinggi. Ini artinya pergerakan nilai mortalita lebih baik daripada ekspektasi dan probabilitas survival lebih tinggi daripada yang diprediksi.

3. $I_{t_0+k} > 1$

Longevity index bernilai lebih dari satu ketika nilai p hasil observasi lebih rendah. Ini artinya pergerakan nilai mortalita lebih buruk daripada ekspektasi dan probabilitas survival lebih rendah daripada yang diprediksi.

Oleh karena itu, hasil perhitungan *longevity index* pada pengembangan nilai mortalita SSA tahun 2019 untuk usia 0-10 diberikan dalam Tabel 3.6. Hasil perhitungan *longevity index* yang lengkap terdapat pada LAMPIRAN G.

Usia (x)	I_{2019+1} (laki-laki)	I_{2019+1} (perempuan)
0	0.999955	0.999832
1	1.000025	0.999978
2	0.999965	1.000001
3	0.999977	1.000007
4	0.999992	1.000012
5	1.000005	1.000017
6	1.000001	1.000015
7	1.000008	1.000009
8	1.000008	1.000004
9	1.000015	1.000004
10	1.000024	1.000003

Tabel 3.6 *Longevity Index* SSA 2019 untuk usia 0-10 tahun

Dari Tabel 3.6, nilai $I_{2019+1} > 1$ untuk laki-laki usia 1 tahun menunjukkan bahwa nilai mortalita hasil observasi lebih buruk daripada yang diprediksi. Nilai $I_{2019+1} < 1$ untuk perempuan usia 1 tahun menunjukkan bahwa nilai mortalita hasil observasi lebih baik daripada yang diprediksi.

3.5. Penyesuaian Probabilitas Hidup terhadap *Longevity*

Untuk mengatasi masalah risiko umur panjang, Michel [2011] memperkenalkan model anuitas dimana pembayaran manfaat kepada nasabah disesuaikan dengan *longevity index*. Nilai *longevity index* akan berubah setiap periode perhitungan.

an, sehingga nilai manfaat pada model anuitas ini akan bersifat tidak rata (*non-level payments*), yang didefinisikan

$$a_{x_0} = \sum_{k=1}^{\omega-x_0} {}_kP_{x_0}^{obs}(t_0)v(0, k) \quad (3.5)$$

Persamaan (3.5) adalah formula yang menunjukkan *present value* sebuah anuitas yang membayarkan manfaat sebesar 1, dengan $v(0, k)$ adalah *present value* 0 hingga k periode dan ω adalah usia maksimal yang berlaku. Pada model anuitas yang diperkenalkan oleh Michel [2011], *present value* dari pembayaran anuitas dengan manfaat sebesar *longevity index* (I_{t_0+k}) adalah

$$\begin{aligned} a_{x_0} &= \sum_{k=1}^{\omega-x_0} {}_kP_{x_0}^{obs}(t_0)I_{t_0+k}v(0, k), \\ &= \sum_{k=1}^{\omega-x_0} {}_kP_{x_0}^{ref}(t_0)v(0, k). \end{aligned}$$

Model Michel menunjukkan skenario ideal terhadap pemberi asuransi, dimana risiko umur panjang sepenuhnya ditanggung oleh pemegang polis, sehingga pemberi asuransi bebas terhadap risiko *longevity*. Akan tetapi, model seperti ini sulit diterapkan di Indonesia karena asuransi jiwa di Indonesia memiliki budaya menjanjikan sejumlah manfaat di awal polis.

Dalam penelitian ini akan memperkenalkan model probabilitas hidup yang mencerminkan risiko *longevity* dalam bentuk penyesuaian asumsi mortalita. Penyesuaian asumsi mortalita dilakukan dengan melibatkan *longevity index* terbaru yang bisa diperoleh. Didefinisikan t_0 adalah tahun terbaru dimana nilai probabilitas hidup hasil observasi tersedia, sedemikian sehingga Persamaan (3.4) menjadi

$${}_kP_{x_0}^* = \frac{{}_kP_{x_0}^{ref}}{I_{t_0+k}}. \quad (3.6)$$

Nilai ${}_kP_{x_0}^*$ adalah nilai probabilitas hidup yang telah mengikutsertakan risiko *longevity* yang terbaru.

3.6. Model Regresi Beta

Salah satu model regresi yang sering digunakan untuk variabel respon yang berada pada interval $[0, 1]$ adalah model regresi beta. Untuk menjelaskan dampak

longevity index terhadap estimasi proyeksi nilai probabilitas hidup, penelitian ini melakukan pemodelan regresi beta. Model regresi beta terdiri dari dua fungsi hubung (*link functions*), yakni fungsi hubung untuk parameter rata-rata μ dan untuk parameter dispersi φ . Misalkan y_1, y_2, \dots, y_n adalah variabel acak saling bebas dan mengikuti densitas pada Persamaan (2.43), model regresi beta ditulis sebagai,

$$g_1(\mu_i) = \sum_{j=1}^k x_{ij}\beta_j \quad \text{dan} \quad g_2(\varphi_i) = \sum_{j=1}^k z_{ij}\gamma_j, \quad (3.7)$$

dimana β_j dan γ_j adalah parameter regresi, dan x_{ij} dan z_{ij} adalah kovariat mean dan presisi, dengan k adalah jumlah kovariat. Parameter β_j dan γ_j diestimasi dengan *maximum likelihood*. Pilihan fungsi hubung yang sering digunakan untuk g_1 adalah fungsi hubung logit, ditulis sebagai,

$$g_1(\mu) = \text{logit}(\mu) = \ln\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right) \rightarrow \mu = \frac{\exp \mathbf{x}_i^T \beta}{1 + \exp \mathbf{x}_i^T \beta}. \quad (3.8)$$

Sedangkan untuk g_2 , fungsi hubung yang sering digunakan adalah fungsi hubung identitas/normal.

Untuk melihat dampak *longevity index* terhadap estimasi proyeksi nilai probabilitas hidup, pemodelan regresi beta dilakukan dengan menetapkan *longevity index* sebagai variabel prediktor dan estimasi proyeksi nilai probabilitas hidup sebagai variabel respons.

3.7. Model Lee-Carter

Salah satu metode proyeksi mortalitas yang sering digunakan adalah model Lee-Carter. Model Lee-Carter pertama kali digunakan dalam proyeksi mortalitas penduduk Amerika Serikat. Pada penelitian ini, akurasi metode proyeksi mortalitas yang dikembangkan akan dibandingkan dengan model Lee-Carter.

Model Lee-Carter merupakan metode proyeksi mortalitas yang menggabungkan model demografi dengan model statistik runtun waktu. Model ini mengambil logaritma dari *age specific death rate* ($ASDR_x$),

$$ASDR_x = \frac{{}_tD_x}{{}_tP_x}k, \quad (3.9)$$

dengan

- ${}_tD_x$ = jumlah kematian pada kelompok usia $[(x) : (x + t)]$.
- ${}_tP_x$ = jumlah populasi pertengahan tahun pada kelompok usia $[(x) : (x + t)]$.
- k = konstanta.

Dalam ilmu aktuaria, $ASDR_x$ juga dikenal dengan notasi,

$${}_tm_{x,s} = \frac{{}_td_{x,s}}{{}_tL_{x,s}}, \quad (3.10)$$

dengan

- ${}_tm_{x,s}$ = tingkat kematian pusat (*center death rate*) pada kelompok usia $[(x) : (x + t)]$ pada tahun s .
- ${}_td_{x,s}$ = harga harapan jumlah orang yang meninggal antara usia x hingga $x + t$ pada tahun s .
- ${}_tL_{x,s}$ = harga harapan jumlah orang yang hidup antara usia x hingga $x + t$ pada tahun s .

Model Lee-Carter mengambil logaritma dari *age specific death rate* ($ASDR_x$) sehingga dinyatakan dengan persamaan,

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \epsilon_{x,t}. \quad (3.11)$$

dengan,

- $m_{x,t}$ = tingkat kematian pusat (*center death rate*) pada usia x .
- a_x = tingkat mortalitas secara umum pada usia x .
- b_x = kecenderungan perubahan tingkat mortalitas pada usia x akibat perubahan parameter k_t .
- k_t = indeks kematian secara umum pada tahun t .
- $\epsilon_{x,t}$ = residual pada usia x dan tahun t . Residual diasumsikan homoskedastik.

dan batasan parameter,

$$\sum_t^T k_t = 0 \text{ dan } \sum_x^X b_x = 1.$$

Estimasi parameter a_x dilakukan menggunakan *least square* dengan cara meminimumkan nilai error sehingga $\sum_t^T \epsilon_{x,t} = 0$. Sedangkan untuk estimasi parameter b_x dan k_t dilakukan menggunakan metode SVD.

3.7.1. Estimasi parameter a_x

Parameter a_x diestimasi dengan cara meminimumkan nilai error sehingga $\sum_t^T \epsilon_{x,t} = 0$. Oleh karena itu, Persamaan (3.11) menjadi,

$$\epsilon_{x,t} = \ln(m_{x,t}) - a_x - b_x k_t. \quad (3.12)$$

Estimasi parameter a_x diperoleh dengan penjabaran berikut:

$$\begin{aligned} \sum_t^T T(\ln(m_{x,t}) - a_x - b_x k_t) &= \sum_t^T \epsilon_{x,t}, \\ \sum_t^T \ln(m_{x,t}) - \sum_t^T a_x - \sum_t^T b_x k_t &= \sum_t^T \epsilon_{x,t}, \\ \sum_t^T \ln(m_{x,t}) - \sum_t^T a_x - \sum_t^T b_x k_t &= 0, \\ \sum_t^T \ln(m_{x,t}) - T a_x - b_x \sum_t^T k_t &= 0, \\ \sum_t^T \ln(m_{x,t}) - T a_x - b_x \cdot 0 &= 0, \\ \sum_t^T \ln(m_{x,t}) - T a_x &= 0. \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh estimasi parameter \hat{a}_x adalah,

$$\hat{a}_x = \frac{1}{T} \sum_t^T \ln(m_{x,t}). \quad (3.13)$$

3.7.2. Estimasi parameter b_x dan k_t

Parameter b_x dan k_t diestimasi menggunakan metode *Singular Value Decomposition (SVD)*. Estimasi dimulai dengan membentuk matriks A untuk menak-

parameter b_x dan k_t ,

$$A_{x,t} = \ln(m_{x,t}) - a_x = b_x k_t. \quad (3.14)$$

Selanjutnya, dengan menggunakan definisi SVD, matriks A diuraikan menjadi,

$$UDV^* = SVD(A_{x,t}) = D_1 U_{x,1} V_{t,1} + \dots + D_r U_{x,r} V_{t,r} = \sum_{i=1}^r D_i U_{x,i} V_{t,i}, \quad (3.15)$$

dengan U menjelaskan bagian usia x , V menjelaskan bagian waktu (tahun) t , dan D adalah matriks diagonal singular yang secara matematis ditulis sebagai $D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$, dengan $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \dots \neq \sigma_r$ dengan r adalah rank dari matriks $A_{x,t}$. Selanjutnya Persamaan (3.15) menjadi,

$$SVD(A_{x,t}) = \sigma_1 U_{x,1} V_{t,1} + \dots + \sigma_r U_{x,r} V_{t,r} = \sigma_{i=1}^r \sigma_i U_{x,i} V_{t,i}. \quad (3.16)$$

Model Lee-Carter hanya menggunakan rank $r = 1$ untuk menaksir parameter b_x dan k_t . Matriks dapat ditulis sebagai,

$$\hat{A}_{x,t} = \sigma_1 U_{x,1} V_{t,1} = \hat{b}_x \hat{k}_t. \quad (3.17)$$

Diperoleh estimasi parameter b_x yaitu kolom pertama dari matriks U ,

$$\hat{b}_x = (u_{1,1}, u_{2,1}, \dots, u_{g,1})^T, \quad (3.18)$$

dan estimasi k_t diperoleh dari nilai singular pertama dan kolom pertama dari matriks V ,

$$\hat{k}_t = \sigma_1 \times (v_{1,1}, v_{2,1}, \dots, v_{t,1}). \quad (3.19)$$

Berdasarkan batasan parameter Lee-Carter, estimasi b_x dan k_t menjadi,

$$\hat{b}_x = \frac{1}{\sum_x u_{x,1}} (u_{1,1}, u_{2,1}, \dots, u_{g,1})^T, \text{ dan} \quad (3.20)$$

$$\hat{k}_t = \sum_x u_{x,1} \times \sigma_1 \times (v_{1,1}, v_{2,1}, \dots, v_{t,1}). \quad (3.21)$$

3.7.3. Estimasi $m_{x,t}$ dan $q_{x,t}$

Selanjutnya, parameter \hat{k}_t hasil estimasi SVD disubstitusikan dalam model Lee-carter yang digunakan,

$$\ln \hat{m}_{x,t} = \hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_t \Leftrightarrow \hat{m}_{x,t} = \exp(\hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_t). \quad (3.22)$$

Pada penelitian ini, estimasi ${}_tq_x$ akan menggunakan metode de Greville. [Fahlevi \[2021\]](#) melakukan penjabaran proses estimasi ${}_tq_x$ dengan metode Greville dan asumsi mortalita mengikuti Hukum Gompertz, dimana estimasi ${}_t\hat{q}_x$ dinyatakan dalam ${}_tm_x$ ditulis sebagai,

$${}_t\hat{q}_x = \frac{{}_tm_x}{\frac{1}{t} + {}_tm_x(\frac{1}{2} + \frac{t}{12}({}_tm_x - \ln(c).e))} \quad (3.23)$$

dengan nilai c diberikan berada pada interval [0.080, 0.104].

BAB IV

Studi Kasus

Pada bab ini, akan diimplementasikan metode pengembangan nilai mortalita yang mengikutsertakan risiko *longevity* berdasarkan alat ukur indeks *longevity* seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya, serta dilakukan validasi metode. Dalam melakukan analisis, penulis menggunakan *software* Microsoft Excel 365 dan RStudio 2023.06.01, serta *hardware* Huawei Matebook 13 dengan Intel(R) Core(TM) i7-8565U 8 GB RAM.

4.1. Deskripsi Data

Data mortalita yang dikembangkan pada penelitian ini adalah nilai mortalita SSA 2010. Pengembangan nilai mortalita menggunakan *Historical Mortality Improvement (HMI) Rates* 2019 dan 2020 yang diperoleh dari Society of Actuaries (SOA). Sedangkan untuk membentuk *longevity index*, data mortalita yang digunakan adalah nilai mortalita SSA 2019. Selanjutnya, untuk menganalisis hasil perhitungan, digunakan data mortalita SSA 2020 sebagai perbandingan. Data mortalita SSA 2019 dan 2020 diperoleh dari [Social Security Administration \[2023\]](https://www.ssa.gov/oact/HistEst/Death/2023/DeathProbabilities2023.html) melalui website <https://www.ssa.gov/oact/HistEst/Death/2023/DeathProbabilities2023.html>.

4.2. Pengembangan Mortalitas 2010 dengan Metode *Historical Mortality Improvement (HMI) Scale* dan *Future Mortality Improvement (FMI) Scale*

Dengan menggunakan metode *Historical Mortality Improvement HMI Scale*, nilai mortalita SSA 2010 dikembangkan untuk memperoleh nilai mortalita SSA 2013-2023.

Nilai mortalita SSA 2010 untuk usia 0-10 tahun ditunjukkan pada Tabel [4.1](#). Nilai mortalita SSA 2010 yang lengkap hingga usia 119 tersedia pada LAMPIRAN [A](#).

Usia (x)	q_x (laki-laki)	q_x (perempuan)
0	0.006680	0.005562
1	0.000436	0.000396
2	0.000307	0.000215
3	0.000241	0.000172
4	0.000184	0.000137
5	0.000146	0.000113
6	0.000127	0.000102
7	0.000122	0.000098
8	0.000120	0.000098
9	0.000117	0.000097
10	0.000118	0.000100

Tabel 4.1 Nilai mortalita SSA 2010 untuk usia 0-10 tahun

HMI rates yang digunakan untuk pengembangan ini adalah *HMI Rates* 2013-2023.

Perhitungan nilai mortalita laki-laki usia 1 tahun untuk tahun 2020 dilakukan menggunakan Persamaan (3.2),

$$q_{x,y} = q_{x,y_0} \times (1 - HMI_{x,y})^{(y-y_0)}$$

$$q_{1,2020} = q_{1,2010} \times (1 - HMI_{1,2020})^{(2020-2010)}$$

$$q_{1,2020} = q_{1,2010} \times (1 - HMI_{1,2020})^{10}$$

$$q_{1,2020} = 0.000436 \times (1 - 0.704568662169456\%)^{10}$$

$$q_{1,2020} = 0.000406.$$

Nilai mortalita SSA 2020 hasil pengembangan dari tahun 2010 untuk usia 0-10 tahun ditunjukkan pada Tabel 4.2. Hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2020 yang lengkap hingga usia 119 tersedia pada LAMPIRAN F.

Usia (x)	q_x (laki-laki)	q_x (perempuan)
0	0.006224	0.005262

1	0.000406	0.000375
2	0.000286	0.000203
3	0.000225	0.000163
4	0.000171	0.000130
5	0.000136	0.000107
6	0.000118	0.000096
7	0.000114	0.000093
8	0.000112	0.000093
9	0.000109	0.000092
10	0.000110	0.000095

Tabel 4.2 Hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke tahun 2020 untuk usia 0-10 tahun

Selanjutnya, untuk mengembangkan nilai mortalitas ke tahun 2024-2043, digunakan Persamaan (3.2).

4.3. Longevity Index

Penelitian ini menggunakan *longevity index* yang diperoleh pada Tabel 3.6, dimana probabilitas hidup referensi adalah hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke tahun 2019 menggunakan metode HMI, dan probabilitas hidup hasil observasi adalah nilai mortalita 2019 yang diperoleh dari data SSA.

Nilai *longevity index* SSA 2019 yang diperoleh untuk usia 0-10 tahun ditunjukkan pada Tabel 4.3. Hasil perhitungan *longevity index* SSA 2019 yang lengkap hingga usia 119 tersedia pada LAMPIRAN G.

Usia	<i>I</i> (laki-laki)	<i>I</i> (perempuan)
0	0.999955	0.999832
1	1.000025	0.999978
2	0.999965	1.000001
3	0.999977	1.000007
4	0.999992	1.000012

5	1.000005	1.000017
6	1.000001	1.000015
7	1.000008	1.000009
8	1.000008	1.000004
9	1.000015	1.000004
10	1.000024	1.000003

Tabel 4.3 Longevity Index SSA 2019 untuk usia 0-10 tahun

Dengan cara yang sama, dicari *longevity index* untuk tahun 2013-2020, dimana probabilitas hidup referensi adalah hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke tahun 2013-2020 menggunakan metode HMI, dan probabilitas hidup hasil observasi adalah nilai mortalita 2013-2020 yang diperoleh dari data SSA.

4.4. Estimasi Nilai Probabilitas Hidup

Estimasi nilai probabilitas hidup SSA 2020 yang mengikutsertakan risiko *longevity* dilakukan menggunakan persamaan 3.6, dengan mensubstitusikan ${}_k p_{x_0}^{ref}$ dengan hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2020 dan I_{t_0+k} dengan nilai *longevity index* SSA 2019 yang diperoleh pada bagian sebelumnya. Berikut perhitungan untuk estimasi nilai probabilitas hidup SSA untuk laki-laki usia 1 tahun.

$$\begin{aligned}
 {}_k p_{x_0}^* &= \frac{{}_k p_{x_0}^{ref}}{I_{t_0+k}} \\
 p_1^* &= \frac{p_1^{ref}}{I_{2019+1}} \\
 p_1^* &= \frac{1 - q_1^{ref}}{I_{2019+1}} \\
 p_1^* &= \frac{1 - 0.000406}{1.000025} \\
 p_1^* &= 0.999569
 \end{aligned}$$

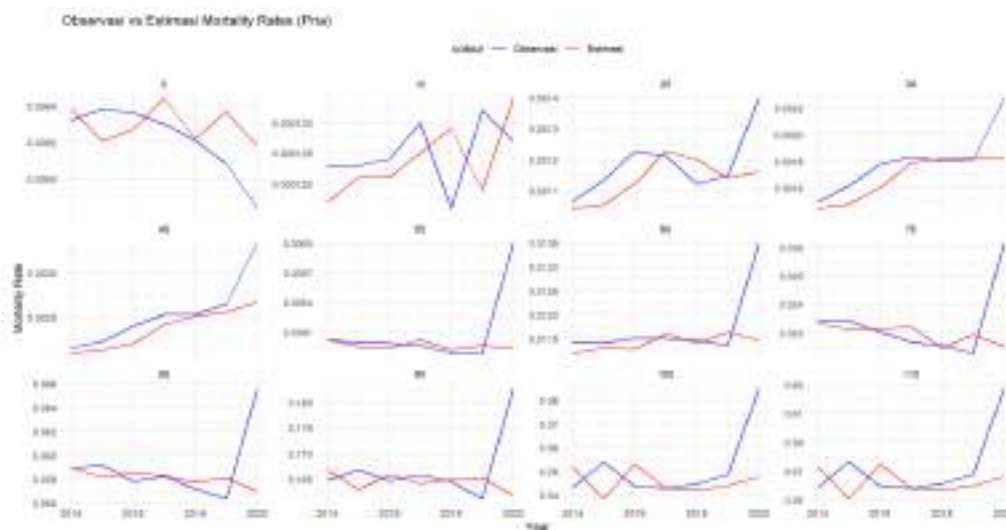
Hasil perhitungan nilai probabilitas hidup SSA 2020 yang mengikutsertakan risiko *longevity* untuk usia 0-10 tahun ditunjukkan pada Tabel 4.4. Hasil perhitungan yang lengkap hingga usia 119 tersedia pada LAMPIRAN H.

Usia	p^* (laki-laki)	p^* (perempuan)
0	0.993821	0.994905
1	0.999569	0.999648
2	0.999748	0.999795
3	0.999798	0.999830
4	0.999836	0.999859
5	0.999859	0.999876
6	0.999872	0.999888
7	0.999878	0.999898
8	0.999880	0.999903
9	0.999876	0.999904
10	0.999866	0.999902

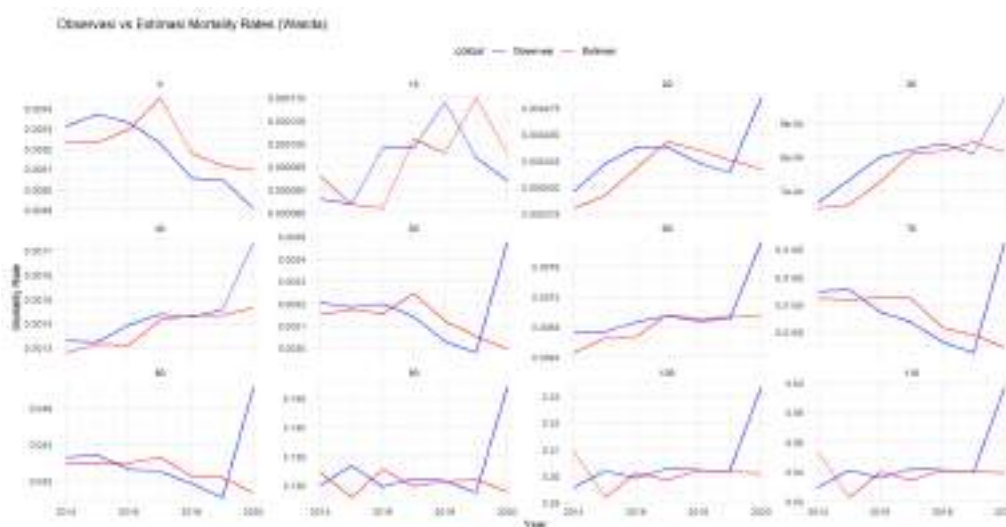
Tabel 4.4 Hasil Perhitungan Nilai Probabilitas Hidup SSA 2020 untuk usia 0-10 tahun

Dengan cara yang sama, dilakukan estimasi nilai probabilitas hidup SSA untuk tahun 2014-2043. Untuk estimasi tahun 2014-2023, probabilitas referensi adalah hasil pengembangan probabilitas tahun 2014-2023 dengan metode HMI dan longevity index yang dipakai adalah longevity index tahun 2013-2020.

Gambar 4.1 dan 4.2 adalah plot hasil estimasi mortalitas untuk tahun 2014-2020 yang mengikutsertakan risiko *longevity* terhadap data observasi untuk usia 0, 10, 20, ..., 110.



Gambar 4.1 Plot estimasi mortalitas 2014-2020 terhadap data observasi untuk pria usia 0, 10, 20, ..., 110



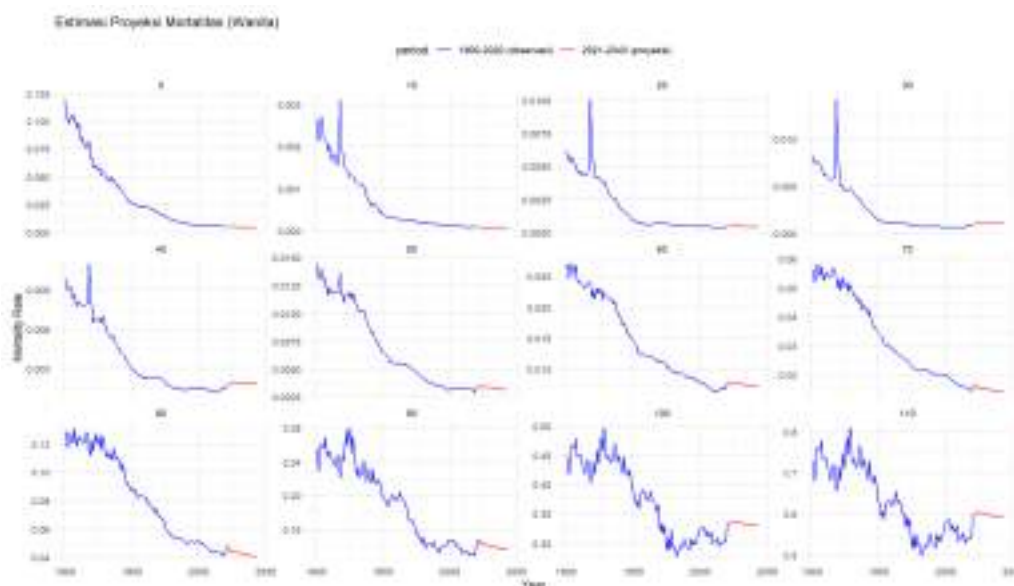
Gambar 4.2 Plot estimasi mortalitas 2014-2020 terhadap data observasi untuk wanita usia 0, 10, 20, ..., 110

Pada Gambar [4.1](#) dan Gambar [4.2](#), plot semua usia menunjukkan performa akurasi yang bagus secara keseluruhan. Akan tetapi, terlihat adanya peningkatan mortalitas yang signifikan di tahun 2020 yang disebabkan oleh adanya pandemi COVID-19. Hasil estimasi menunjukkan bahwa metode proyeksi mortalitas pada penelitian ini belum mampu memprediksi terjadinya kejadian khusus seperti pandemi COVID-19.

Untuk estimasi tahun 2024-2043, probabilitas referensi adalah hasil pengembangan probabilitas tahun 2024-2043 dengan metode FMI dan longevity index yang dipakai adalah longevity index tahun terbaru, yaitu 2020. Hasil estimasi untuk usia 0, 10, 20, ..., 110 ditunjukkan pada Gambar (4.3) dan Gambar (4.4).



Gambar 4.3 Plot estimasi mortalitas 2024-2043 untuk pria usia 0, 10, 20, ..., 110



Gambar 4.4 Plot estimasi mortalitas 2024-2043 untuk wanita usia 0, 10, 20, ..., 110

4.5. Pemodelan *Beta Regression*

Untuk menjelaskan dampak longevity index terhadap estimasi proyeksi nilai probabilitas hidup, dilakukan pemodelan *beta regression*. Estimasi parameter μ dan φ dilakukan menggunakan bantuan *software* RStudio 2023.06.01.

4.5.1. Hasil Estimasi Parameter μ

Estimasi parameter mean model (dengan *logit link*) (μ) untuk *intercept* adalah 111.306 untuk laki-laki dan 86.874 untuk perempuan. Intercept pada mean model menjelaskan estimasi *baseline* dari logaritma rata-rata probabilitas hidup (μ) ketika *longevity index* tidak ada ($I = 0$). Nilai 111.306 artinya rata-rata proyeksi probabilitas hidup *baseline* laki-laki adalah sebesar $\mu = \frac{e^{111.306}}{1+e^{111.306}} = 1$. Sedangkan pada perempuan, rata-rata proyeksi probabilitas hidup *baseline* adalah sebesar $\mu = \frac{e^{86.874}}{1+e^{86.874}} = 1$.

Pada variabel *longevity index*, koefisien menjelaskan estimasi perubahan pada logaritma rata-rata (μ) proyeksi probabilitas hidup (p^*) setiap perubahan 1 unit *longevity index* (I). Estimasi parameter mean model (*logit link*) (μ) untuk *longevity index* adalah sebesar -108.655 untuk laki-laki dan -83.809 untuk perempuan. Ini artinya untuk setiap kenaikan *longevity index* (I) sebesar 1 unit, logaritma dari proyeksi probabilitas hidup akan berkurang sebesar 108.655 unit pada laki-laki dan 83.809 unit pada perempuan. Koefisien yang bernilai negatif juga menjelaskan bahwa nilai *longevity index* yang semakin tinggi akan menghasilkan proyeksi probabilitas hidup yang semakin rendah.

4.5.2. Hasil Estimasi Parameter φ

Parameter *precision* φ menjelaskan dispersi dari beta distribution. Estimasi parameter φ model adalah 4.9520 untuk laki-laki dan 7.054 untuk perempuan, dimana nilai ini cukup tinggi dan menunjukkan bahwa beta distribution yang dipakai untuk pemodelan p^* memiliki tingkat dispersi yang relatif rendah, sehingga estimasi proyeksi probabilitas hidup berada di sekitar nilai mean. Signifikansi dari estimasi parameter φ juga ditunjukkan oleh nilai *p-value* sebesar $3.02e - 10$ untuk

laki-laki dan $1.17e - 09$ untuk perempuan, dimana nilai ini menjelaskan bahwa φ signifikan dalam menentukan tingkat akurasi dari estimasi proyeksi probabilitas.

4.6. Validasi Metode

Pada bagian ini, akan dibandingkan estimasi nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pengembangan yang mengikutsertakan risiko *longevity*, nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pengembangan yang hanya menggunakan metode HMI, dan data probabilitas hidup SSA 2020 yang diperoleh dari SSA.

Tabel 4.5 menunjukkan perbandingan ketiga probabilitas hidup SSA 2020 untuk laki-laki usia 0-10 tahun. Untuk perempuan usia 0-10 tahun ditunjukkan pada Tabel 4.6. Tabel perbandingan yang lengkap hingga usia 119 tahun tersedia pada LAMPIRAN I untuk laki-laki dan LAMPIRAN II untuk perempuan.

Usia (x)	p^* (laki-laki)	px SSA HMI (laki-laki)	px SSA (laki-laki)
0	0.994905	0.993776	0.995093
1	0.999648	0.999594	0.999684
2	0.999795	0.999714	0.999804
3	0.999830	0.999775	0.999840
4	0.999859	0.999829	0.999871
5	0.999876	0.999864	0.999891
6	0.999888	0.999882	0.999900
7	0.999898	0.999886	0.999904
8	0.999903	0.999888	0.999908
9	0.999904	0.999891	0.999911
10	0.999902	0.999890	0.999908

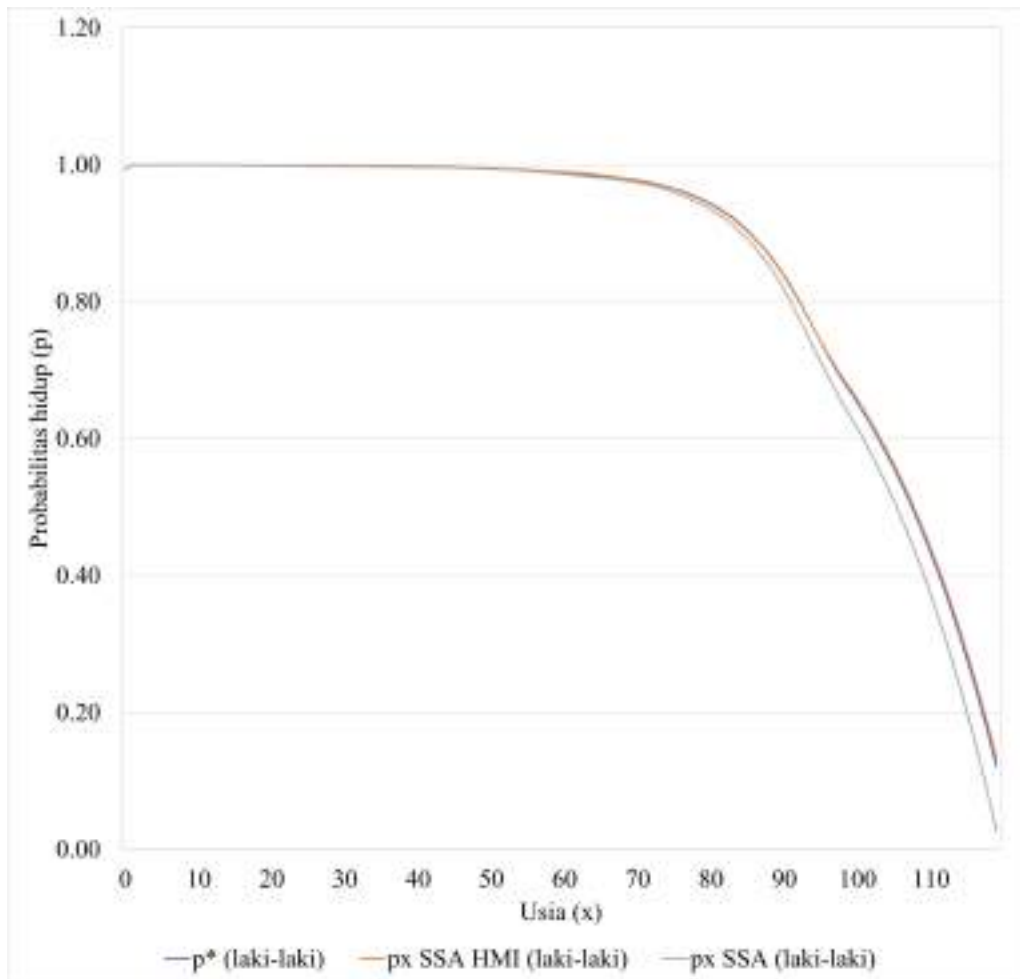
Tabel 4.5 Perbandingan estimasi nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pengembangan yang mengikutsertakan risiko *longevity*, hanya metode HMI, dan data SSA untuk laki-laki usia 0-10 tahun

Usia (x)	p^* (perempuan)	px SSA HMI (perempuan)	px SSA (perempuan)
0	0.994905	0.993776	0.995093

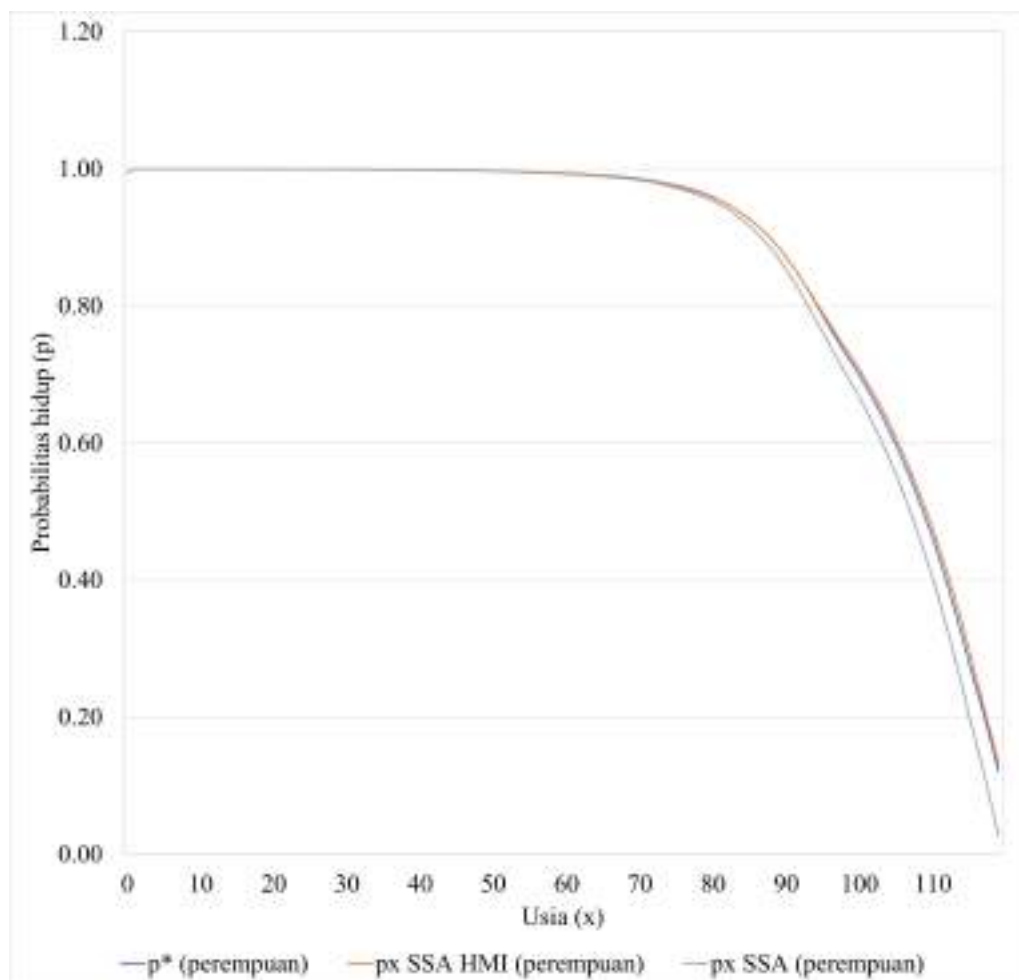
1	0.999648	0.999594	0.999684
2	0.999795	0.999714	0.999804
3	0.999830	0.999775	0.999840
4	0.999859	0.999829	0.999871
5	0.999876	0.999864	0.999891
6	0.999888	0.999882	0.999900
7	0.999898	0.999886	0.999904
8	0.999903	0.999888	0.999908
9	0.999904	0.999891	0.999911
10	0.999902	0.999890	0.999908

Tabel 4.6 Perbandingan estimasi nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pengembangan yang mengikutsertakan risiko *longevity*, hanya metode HMI, dan data SSA untuk perempuan usia 0-10 tahun

Selanjutnya dibuat grafik untuk menunjukkan hasil perbandingan dengan lebih baik. Grafik perbandingan untuk laki-laki ditunjukkan pada Gambar 4.5 dan Gambar 4.6 untuk perempuan.



Gambar 4.5 Plot p^* dan p_x SSA HMI terhadap p_x SSA untuk laki-laki 2020



Gambar 4.6 Plot p^* dan p_x SSA HMI terhadap p_x SSA untuk perempuan 2020

Pada grafik perbandingan tersebut, terlihat bahwa nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pengembangan yang mengikutsertakan risiko *longevity* lebih mendekati SSA 2020 yang sebenarnya, terutama untuk usia 100 tahun ke atas. Untuk mengvalidasi pernyataan ini, dilakukan pemilihan model terbaik berdasarkan RMSE dan MAPE.

4.6.1. Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dilakukan berdasarkan nilai RMSE dengan Persamaan (2.48), MAPE dengan Persamaan (2.49), dan MSE dengan Persamaan (2.50). Tabel 4.7 menunjukkan ukuran kebaikan RSME dan MAPE untuk pengembangan nilai mortalita SSA 2020 dengan metode HMI dan pengembangan nilai mortalita

SSA 2020 yang diikutsertakan dengan perhitungan *longevity index*.

Model	Jenis kelamin	RMSE	MAPE	MSE
HMI dengan <i>I</i> (kasus 1)	Pria	0.02781268	0.07548547	0.00077355
HMI dengan <i>I</i> (kasus 1)	Wanita	0.02663576	0.07215826	0.00070946
HMI tanpa <i>I</i> (kasus 2)	Pria	0.03069852	0.08363308	0.00094240
HMI tanpa <i>I</i> (kasus 2)	Wanita	0.03171004	0.08290676	0.00100553

Tabel 4.7 Perbandingan nilai RSME, MAPE, dan MSE untuk model pengembangan metode HMI dengan *longevity index* dan tanpa *longevity index*

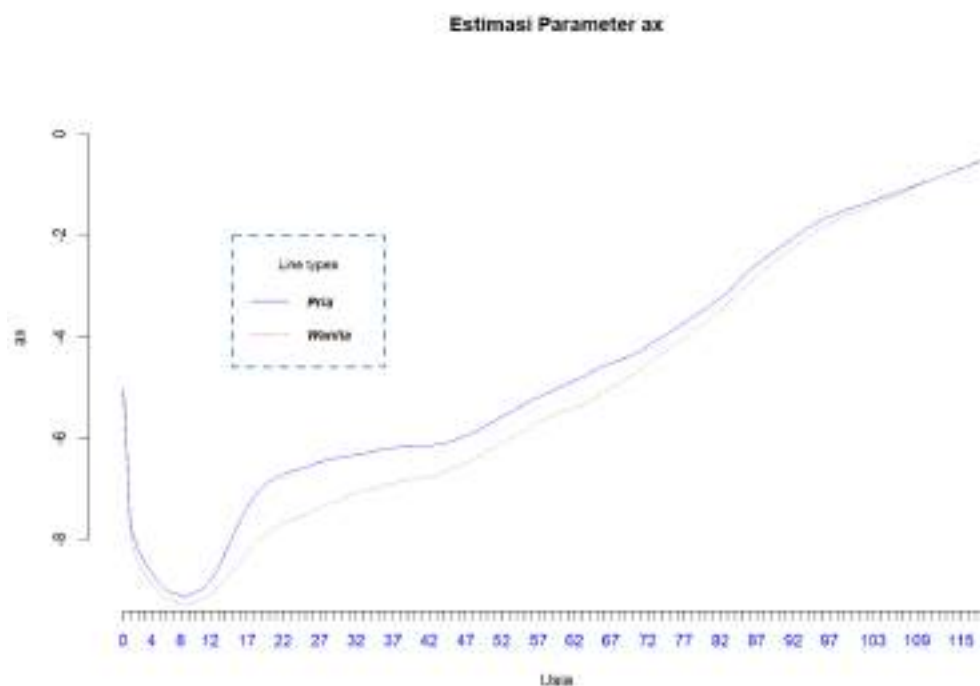
Hasil pengukuran RMSE pada pengembangan mortalitas yang disesuaikan dengan *longevity index* (kasus 2) adalah 0.027813 untuk populasi pria dan 0.026636 untuk populasi wanita. Hasil pengukuran RMSE pada pengembangan mortalitas tanpa penyesuaian (kasus 1) adalah 0.030699 untuk populasi pria dan 0.031710 untuk populasi wanita. Di sisi lain, ukuran kebaikan MAPE pada pengembangan mortalitas yang disesuaikan dengan *longevity index* (kasus 1) adalah sebesar 7.5485% untuk populasi pria dan 7.2158% untuk populasi wanita, serta pada pengembangan mortalitas tanpa penyesuaian (kasus 2) adalah sebesar 8.3633% untuk populasi pria dan 8.2907% untuk populasi wanita. Nilai RMSE dan MAPE pada model pengembangan mortalitas yang disesuaikan dengan *longevity index* (kasus 1) lebih rendah dibandingkan dengan model tanpa penyesuaian (kasus 2). Dari hasil analisis ini, disimpulkan bahwa model pengembangan mortalitas dengan penyesuaian *longevity index* adalah model yang lebih baik dalam melakukan proyeksi mortalitas dan menghasilkan hasil perhitungan yang paling akurat atau yang paling mendekati data sebenarnya.

4.7. Model Lee-Carter

Dilakukan pemodelan Lee-Carter sebagai perbandingan pada penelitian ini. Model Lee-Carter memerlukan data *central death rate* yang dilogaritma, sehingga data $m_{x,t}$ diubah menjadi $\ln(m_{x,t})$. Selanjutnya dilakukan estimasi model Lee-Carter, yaitu \hat{a}_x , \hat{b}_x , dan \hat{k}_t dengan menggunakan bantuan software RStudio 2023.06.01.

4.7.1. Hasil Estimasi Parameter \hat{a}_x

Hasil perhitungan estimasi parameter \hat{a}_x dapat dilihat pada LAMPIRAN [K](#). Plot estimasi parameter \hat{a}_x ditunjukkan pada Gambar [4.7](#).



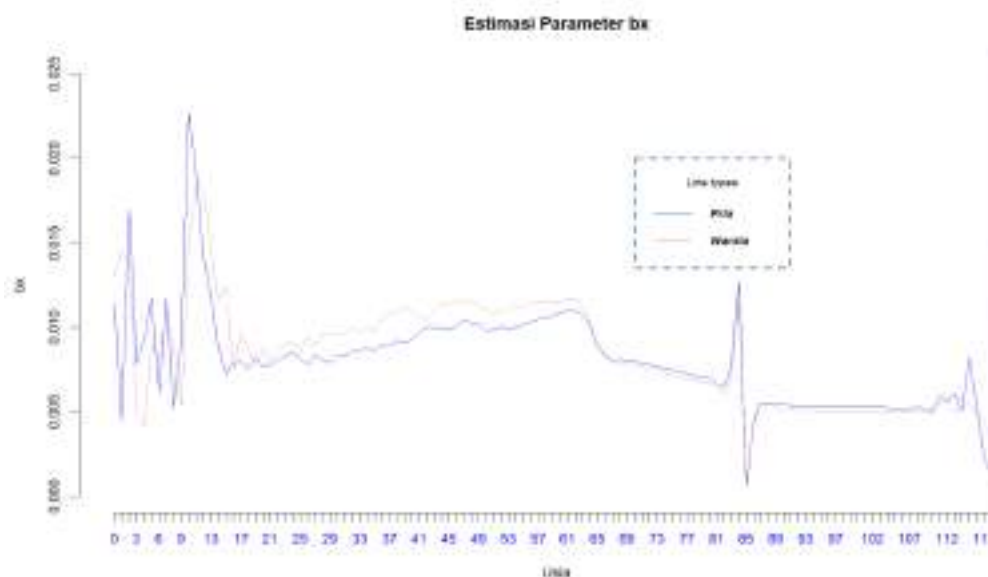
Gambar 4.7 Estimasi parameter \hat{a}_x

Gambar [4.7](#) menunjukkan terdapat perbedaan tingkat risiko mortalitas antara laki-laki dan perempuan, yaitu tingkat risiko mortalitas perempuan lebih rendah daripada laki-laki. Pada gambar juga terlihat bahwa kelompok usia bayi usia 0-4 tahun mempunyai tingkat mortalitas yang cukup tinggi karena usia awal lebih rentan. Risiko mortalitas kemudian menurun untuk usia 0-8 tahun. Pada usia 8-17 tahun terjadi *hump mortality*, dimana terjadi peningkatan tingkat risiko mortalitas yang signifikan pada usia remaja. Setelah usia 17, tingkat risiko mortalitas secara perlahan meningkat.

4.7.2. Hasil Estimasi Parameter \hat{b}_x dan \hat{k}_t

Parameter \hat{b}_x menjelaskan bagaimana setiap usia dipengaruhi oleh parameter indeks tahun \hat{k}_t . Hasil perhitungan estimasi parameter \hat{b}_x dapat dilihat pada

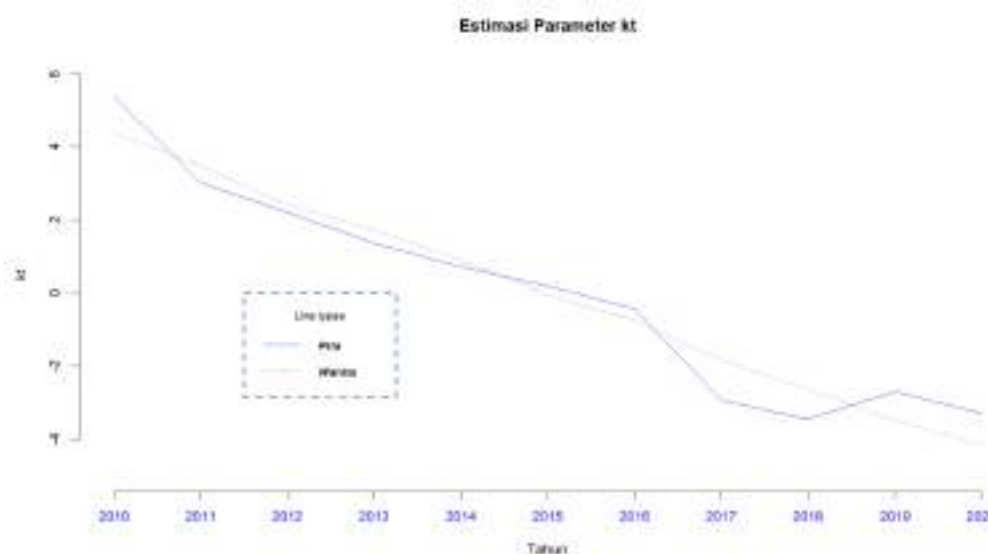
LAMPIRAN **L**. Plot estimasi parameter \hat{b}_x ditunjukkan pada Gambar **4.8**.



Gambar 4.8 Estimasi parameter \hat{b}_x

Hasil estimasi parameter \hat{b}_x kedua jenis kelamin bernilai positif, yang artinya tingkat mortalitas menurun untuk setiap usia seiring berjalannya tahun.

Parameter \hat{k}_t menjelaskan tingkat mortalitas pada waktu t . Hasil perhitungan estimasi parameter \hat{k}_t terdapat pada Tabel **4.8**. Plot estimasi parameter \hat{k}_t ditunjukkan pada Gambar **4.9**.



Gambar 4.9 Estimasi parameter \hat{k}_t

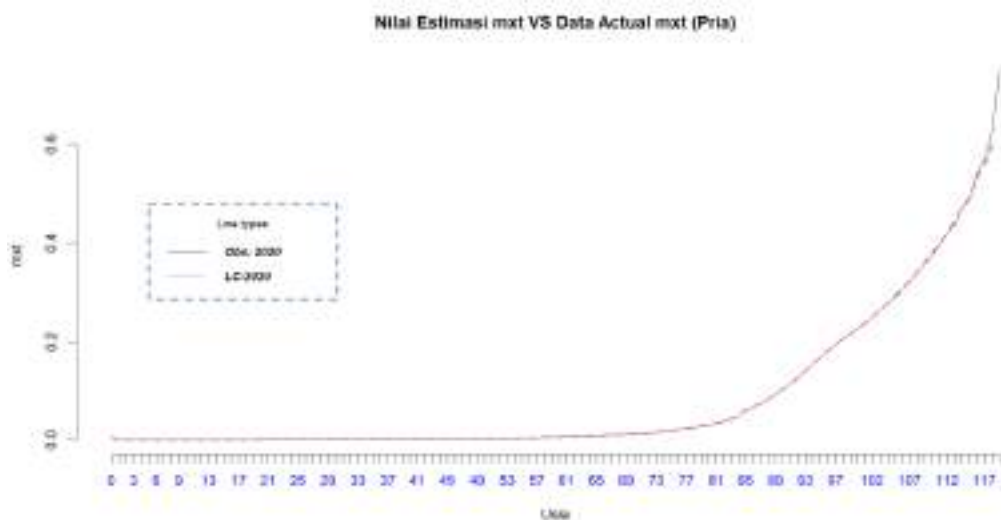
Tahun	k_t (laki-laki)	k_t (perempuan)
2010	5.3810727	4.38236959
2011	3.0193666	3.49544682
2012	2.2036788	2.41186202
2013	1.3611993	1.73384854
2014	0.7170798	0.91573656
2015	0.1846909	-0.06679668
2016	-0.4431131	-0.75511946
2017	-2.9459517	-1.81897731
2018	-3.4595225	-2.65007903
2019	-2.7109763	-3.48584206
2020	-3.3075244	-4.162449

Tabel 4.8 Estimasi parameter \hat{k}_t

Hasil estimasi parameter \hat{k}_t menunjukkan tingkat mortalitas semakin menurun seiring berjalannya tahun, baik untuk laki-laki maupun perempuan.

4.7.3. Hasil Estimasi ${}_t\hat{m}_x$ dan ${}_t\hat{q}_x$

Estimasi ${}_t\hat{m}_x$ dilakukan dengan memasukkan parameter Lee-Carter dalam model berdasarkan Persamaan (3.22). Hasil estimasi ${}_t\hat{m}_x$ yang lengkap terdapat pada LAMPIRAN M. Akurasi dari pemodelan Lee-Carter untuk estimasi ${}_t\hat{m}_x$ terlihat dari hasil plot pada Gambar (4.10) untuk laki-laki dan Gambar (4.11) untuk perempuan.



Gambar 4.10 Perbandingan estimasi ${}_t\hat{m}_x$ dengan data observasi untuk laki-laki



Gambar 4.11 Perbandingan estimasi ${}_t\hat{m}_x$ dengan data observasi untuk perempuan

Gambar (4.10) dan Gambar (4.11) menunjukkan bahwa estimasi ${}_t\hat{m}_x$ mendekati data ${}_tm_x$ sebenarnya. Hasil pengujian RMSE, MAPE, dan MSE juga mengindikasikan akurasi ini. Nilai RMSE dan MAPE ditunjukkan pada Tabel 4.9.

Jenis kelamin	RMSE	MAPE	MSE
Pria	0.06801554	0.01929258	0.00462611
Wanita	0.05656833	0.01368042	0.00319998

Tabel 4.9 Nilai MAPE, RMSE, dan MSE estimasi ${}_t\hat{m}_x$ model Lee-Carter

Estimasi probabilitas kematian ${}_t\hat{q}_x$ dilakukan menggunakan Persamaan (3.23). Hasil estimasi lengkap ${}_t\hat{q}_x$ terdapat pada LAMPIRAN N. Nilai RMSE, MAPE, dan MSE ditunjukkan pada Tabel 4.10.

Jenis kelamin	RMSE	MAPE	MSE
Pria	0.04537068	0.01909487	0.00205850
Wanita	0.04287403	0.01259748	0.00183818

Tabel 4.10 Nilai MAPE dan RMSE estimasi ${}_t\hat{q}_x$ model Lee-Carter

4.8. Hasil Perbandingan Model Proyeksi Mortalitas

Tabel 4.11 menunjukkan ukuran kebaikan MAPE, RMSE, dan MSE untuk model pengembangan mortalitas dengan metode HMI yang diikutsertakan longevity index dan model Lee-Carter. Model yang lebih baik adalah model yang memiliki tingkat error yang paling kecil.

Model	Jenis kelamin	RMSE	MAPE	MSE
HMI dengan longevity index	Pria	0.02781268	0.07548547	0.00077355
HMI dengan longevity index	Wanita	0.02663576	0.07215826	0.00070946
Lee-Carter	Pria	0.04537068	0.01909487	0.00205850
Lee-Carter	Wanita	0.04287403	0.01259748	0.00183818

Tabel 4.11 Perbandingan nilai RSME, MAPE, dan MSE untuk model pengembangan metode HMI dengan *longevity index* dan model Lee-Carter

Berdasarkan Tabel 4.11, model HMI dengan longevity index memberikan nilai RMSE dan MSE yang lebih kecil daripada model Lee-Carter. Oleh karena itu, disimpulkan bahwa model pengembangan dengan metode HMI dan longevity index adalah model yang memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan model Lee-Carter.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Peningkatan harapan hidup mengubah nilai risiko mortalita yang relevan dan menyebabkan *longevity risk*. *Longevity risk* adalah risiko seseorang untuk bertahan hidup lebih lama dari ekspektasi. Risiko ini paling relevan pada pendanaan pensiun atau penyediaan berbentuk anuitas, dan jaminan sosial. Koreksi pada proyeksi mortalitas akibat realisasi *longevity risk* menyebabkan adanya kebutuhan dana tambahan untuk peningkatan liabilitas. Meskipun proyeksi mortalitas tidak bisa mengukur nilai *longevity risk*, proyeksi mortalitas yang tepat bisa mengurangi *longevity risk* secara signifikan.

Dari hasil penelitian ini, diperoleh metode penyesuaian proyeksi mortalitas dengan memperhitungan *longevity risk* yang telah terjadi. Metode penyesuaian proyeksi mortalitas ini memanfaatkan penggunaan *longevity index* yang diperoleh dengan melakukan perbandingan antara nilai probabilitas hidup hasil pengembangan dengan nilai probabilitas hidup referensi terbaru yang tersedia untuk mewakili fenomena *longevity* yang telah terjadi. Dampak *longevity index* terhadap proyeksi mortalitas dijelaskan dengan pemodelan regresi beta. Hasil pemodelan regresi menunjukkan bahwa nilai *longevity index* yang semakin tinggi akan menghasilkan proyeksi probabilitas hidup yang semakin rendah. Hasil pemodelan regresi juga menunjukkan bahwa estimasi proyeksi probabilitas hidup memiliki tingkat dispersi yang rendah, sehingga nilai estimasi proyeksi probabilitas hidup berada di sekitar nilai mean.

Metode penyesuaian pengembangan mortalitas yang merupakan hasil dari penelitian ini telah diuji dengan ukuran kebaikan RSME dan MAPE. Hasil pengukuran RMSE pada pengembangan mortalitas yang disesuaikan dengan *longevity index* adalah 0.027813 untuk populasi pria dan 0.026636 untuk populasi wanita.

Hasil pengukuran RMSE pada pengembangan mortalitas tanpa penyesuaian adalah 0.030699 untuk populasi pria dan 0.031710 untuk populasi wanita. Di sisi lain, ukuran kebaikan MAPE pada pengembangan mortalitas yang disesuaikan dengan *longevity index* adalah sebesar 7.5485% untuk populasi pria dan 7.2158% untuk populasi wanita, serta pada pengembangan mortalitas tanpa penyesuaian adalah sebesar 8.3633% untuk populasi pria dan 8.2907% untuk populasi wanita. Nilai RMSE dan MAPE pada model pengembangan mortalitas yang disesuaikan dengan *longevity index* lebih rendah dibandingkan dengan model tanpa penyesuaian, sehingga disimpulkan bahwa model dengan penyesuaian *longevity index* adalah model yang lebih baik dalam melakukan proyeksi mortalitas.

Metode penyesuaian pengembangan mortalitas pada penelitian ini dibandingkan dengan model Lee-Carter yang sering digunakan untuk proyeksi mortalitas. Berdasarkan hasil uji ukuran kebaikan MAPE, RMSE, dan MSE, metode pengembangan dengan metode HMI dan *longevity index* lebih unggul dari metode pengembangan dengan model Lee-Carter dari nilai RMSE dan MSE, dimana metode dengan model Lee-Carter memperoleh nilai RMSE sebesar 0.04537068 untuk pria dan 0.02663576 untuk wanita, dan nilai MSE sebesar 0.00205850 untuk pria dan 0.00183818 untuk wanita. Meskipun menghasilkan nilai MAPE yang lebih rendah, nilai RMSE dan MSE model Lee-Carter lebih tinggi daripada model HMI dengan *longevity index*, dimana ini menunjukkan bahwa model Lee-Carter memiliki tingkat *weighted error* yang lebih tinggi.

5.2. Saran

Terdapat beberapa saran yang dimiliki penulis dalam mengerjakan penelitian ini, yaitu:

1. Penggunaan *improvement rates* yang sesuai dengan data yang digunakan agar hasil lebih akurat.
2. Dapat menggunakan data probabilitas hidup referensi lainnya.
3. Memuat konsep *longevity* dalam perhitungan aktuaria lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia. (2022, January 24). *Asuransi Jiwa Berjangka atau Asuransi Jiwa Seumur Hidup*. Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia. <https://aaji.or.id/Articles/asuransi-jiwa-berjangka-atau-asuransi-jiwa-seumur-hidup>
- Azmi, U., Raden Mohamad Atok, Wawan Hafid Syaifudin, Galuh Oktavia Siswono, Imam Safawi Ahmad, & Nuri Wahyuningsih. 2023. Proyeksi Tingkat Kematian di Indonesia Menggunakan Metode Holt-Winters Smoothing Exponential dan Moving Average. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 20(1), 25-38.
- Bain, Lee J dan Engelhardt, Max. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Duxbury, California.
- Bowers, N. L. dkk. 1997. *Actuarial Mathematics Second Edition, The Society of Actuaries*. United States of America.
- Börger, M.& Aleksic, M.-C., 2014. *Coherent projections of age, period, and cohort dependent mortality improvements*. In: Living to 100 Symposium. Orlando, Fla.
- Bravo, J. M., & El Mekkaoui de Freitas, N. 2018. Valuation of longevity-linked life annuities. *Insurance: Mathematics and Economics*, 78, 212-229.
- Couzin-Frankel, J. 2011. A Pitched Battle Over Life Span. *Science*, 333(6042), 549–550.
- Crawford, T., de Haan, R., & Runchey, C. 2008. *Longevity Risk Quantification and Management: A Review of Relevant Literature*, Technical Report. Society of Actuaries, United States of America.
- Cribari-Neto, F. 2023. A beta regression analysis of COVID-19 mortality in Brazil. *Infectious Disease Modelling*, 8(2), 309–317.

- Denuit, M., Haberman, S., & Renshaw, A. 2015. Longevity-contingent deferred life annuities. *Journal of Pension Economics & Finance*, 14(3), 315-327.
- de Moivre, A. 1725. *Annuities Upon Lives: Or, the Valuation of Annuities Upon Any Number of Lives; as Also, of Reversions*. London: W. P. and sold by Francis Fayram and Benj. Motte; and W. Pearson.
- Dickson, D., Hardy, M., & Waters, H. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks* (International Series on Actuarial Science). Cambridge: Cambridge University Press.
- Fahlevi, S. M. R. 2021. *Analisis Risiko Longevity di Indonesia Menggunakan Data Tabel Mortalitas Ringkas* [MSc Thesis].
- Ferrari, S. L. P., & Cribari-Neto, F. 2004. Beta regression for modelling rates and proportions. *Journal of Applied Statistics*, 31(7), 799-815.
- Gompertz, B. 1825. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new method of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 115., 513–585.
- Homa, M. 2018. The Impact of Longevity Risk on the Price of Life Insurance with the Accidental Option (Type AI and ADI). *Journal of Finance and Economics*, 6(4), 134–143.
- Kellison, S. G. 1991. *The theory of interest*. 2nd ed. Homewood, IL, Irwin
- Lawless, J.F. 2003. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey.
- Lee, R. D., dan Carter, L. R. 1992. Modelling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87(419), 659–671.
- Lee, E. T., dan Wang J. W. 2003. *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey.

- London, Dick. 1997. *Survival Models and Their Estimation Third Edition*. ACTEX , Winsted, Connecticut.
- Michel Denuit Ph.D , Steven Haberman Ph.D., D.Sc. & Arthur Renshaw Ph.D. 2011. Longevity-Indexed Life Annuities. *North American Actuarial Journal*, 15(1), 97-111.
- Mitchell, D., Brockett, P., Mendoza-Arriaga, R., Muthuraman, K. 2013. Modeling and forecasting mortality rates. *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(2), 275-285.
- Rejda, G. E., McNamara, M. J., & Rabel, W. H. 2020. *Principles of Risk Management and Insurance* (14th ed.). Pearson Education, Harlow.
- Schinzinger, E., Denuit, M. M., & Christiansen, M. C. 2016. A multivariate evolutionary credibility model for mortality improvement rates. *Insurance: Mathematics and Economics*, 69, 70–81.
- Social Security Administration. 2023. *Social Security Program Data*. Social Security. Retrieved April 2, 2024, from <https://www.ssa.gov/oact/HistEst/Death/2023/DeathProbabilities2023.html>
- Society of Actuaries. 2023. *Individual Life Insurance Mortality Improvement Scale Recommendation*. Society of Actuaries Research Institute.
- Society of Actuaries Research Institute's Mortality and Longevity Oversight Advisory Council (MLOAC). 2022. *Individual Life Insurance Mortality Improvement Scale Recommendation - for Use with AG38/VM20*. Society of Actuaries Research Institute.
- Society of Actuaries, American Academy of Actuaries. (2023). Mortality Improvements Life Working Group (MILWG): 2023 HMI and FMI Scale Update. Society of Actuaries.
- Tim Penyusun OJK. 2019. *Buku Seri Literasi Keuangan - Perasuransian*. Jakarta: OJK.

United Nations. (n.d.). *World Population Prospects 2022*. UN; United Nations. Retrieved January 28, 2024, from <https://population.un.org/wpp/>

LAMPIRAN A

NILAI MORTALITA *SOCIAL SECURITY ADMINISTRATION* (SSA) 2010

Usia (x)	q_x (laki-laki)	q_x (perempuan)
0	0.006680	0.005562
1	0.000436	0.000396
2	0.000307	0.000215
3	0.000241	0.000172
4	0.000184	0.000137
5	0.000146	0.000113
6	0.000127	0.000102
7	0.000122	0.000098
8	0.000120	0.000098
9	0.000117	0.000097
10	0.000118	0.000100
11	0.000129	0.000107
12	0.000146	0.000116
13	0.000181	0.000129
14	0.000244	0.000153
15	0.000348	0.000188
16	0.000501	0.000234
17	0.000687	0.000280
18	0.000882	0.000327
19	0.001030	0.000370
20	0.001141	0.000401
21	0.001232	0.000429

22	0.001278	0.000449
23	0.001308	0.000469
24	0.001331	0.000491
25	0.001336	0.000507
26	0.001345	0.000524
27	0.001349	0.000548
28	0.001365	0.000586
29	0.001387	0.000624
30	0.001413	0.000656
31	0.001448	0.000684
32	0.001472	0.000720
33	0.001494	0.000755
34	0.001519	0.000808
35	0.001566	0.000874
36	0.001645	0.000951
37	0.001744	0.001022
38	0.001845	0.001095
39	0.001949	0.001172
40	0.002068	0.001261
41	0.002247	0.001382
42	0.002462	0.001523
43	0.002698	0.001687
44	0.002980	0.001865
45	0.003283	0.002055
46	0.003626	0.002278
47	0.003989	0.002492
48	0.004365	0.002708
49	0.004760	0.002943
50	0.005159	0.003196
51	0.005608	0.003463

52	0.006104	0.003735
53	0.006617	0.003980
54	0.007151	0.004245
55	0.007734	0.004508
56	0.008385	0.004840
57	0.009061	0.005199
58	0.009719	0.005596
59	0.010338	0.006000
60	0.010936	0.006461
61	0.011618	0.007027
62	0.012453	0.007684
63	0.013429	0.008437
64	0.014778	0.009377
65	0.016126	0.010340
66	0.017447	0.011351
67	0.018829	0.012395
68	0.020549	0.013618
69	0.022408	0.014936
70	0.024320	0.016374
71	0.026365	0.017930
72	0.028766	0.019650
73	0.031513	0.021622
74	0.034619	0.023875
75	0.038055	0.026440
76	0.041843	0.029316
77	0.045902	0.032435
78	0.050393	0.035867
79	0.055442	0.039567
80	0.061307	0.043817
81	0.067887	0.048743

82	0.075014	0.054405
83	0.082861	0.060856
84	0.092061	0.068274
85	0.102109	0.076377
86	0.112880	0.085108
87	0.124972	0.094890
88	0.138513	0.106326
89	0.153084	0.119136
90	0.169476	0.132966
91	0.186660	0.148010
92	0.205410	0.164098
93	0.225415	0.181323
94	0.245020	0.198542
95	0.264518	0.216007
96	0.283613	0.233499
97	0.301988	0.250774
98	0.319320	0.267574
99	0.335286	0.283628
100	0.352051	0.300646
101	0.369653	0.318685
102	0.388136	0.337806
103	0.407543	0.358074
104	0.427920	0.379559
105	0.449316	0.402332
106	0.471782	0.426472
107	0.495371	0.452061
108	0.520139	0.479184
109	0.546146	0.507935
110	0.573453	0.538411
111	0.602126	0.570716

112	0.632232	0.604959
113	0.663844	0.641257
114	0.697036	0.679732
115	0.731888	0.720516
116	0.768482	0.763747
117	0.806906	0.806906
118	0.847252	0.847252
119	0.889614	0.889614

LAMPIRAN B

NILAI MORTALITA *SOCIAL SECURITY ADMINISTRATION* (SSA) 2019

Usia (x)	q_x (laki-laki)	q_x (perempuan)
0	0.006081	0.005046
1	0.000425	0.000349
2	0.000247	0.000203
3	0.000198	0.000168
4	0.000161	0.000140
5	0.000139	0.000123
6	0.000126	0.000111
7	0.000120	0.000101
8	0.000118	0.000096
9	0.000122	0.000095
10	0.000132	0.000097
11	0.000144	0.000106
12	0.000160	0.000120
13	0.000193	0.000139
14	0.000258	0.000160
15	0.000360	0.000188
16	0.000499	0.000226
17	0.000670	0.000277
18	0.000858	0.000334
19	0.001016	0.000376
20	0.001149	0.000414
21	0.001261	0.000449

22	0.001322	0.000484
23	0.001363	0.000523
24	0.001414	0.000551
25	0.001481	0.000580
26	0.001547	0.000614
27	0.001609	0.000651
28	0.001679	0.000692
29	0.001750	0.000744
30	0.001815	0.000810
31	0.001866	0.000872
32	0.001914	0.000931
33	0.001976	0.000989
34	0.002055	0.001027
35	0.002139	0.001078
36	0.002225	0.001141
37	0.002321	0.001223
38	0.002422	0.001316
39	0.002522	0.001395
40	0.002645	0.001458
41	0.002730	0.001520
42	0.002822	0.001596
43	0.002923	0.001702
44	0.003077	0.001823
45	0.003309	0.001980
46	0.003579	0.002153
47	0.003860	0.002336
48	0.004153	0.002533
49	0.004482	0.002740
50	0.004890	0.002978
51	0.005347	0.003239

52	0.005829	0.003533
53	0.006348	0.003857
54	0.006968	0.004201
55	0.007656	0.004585
56	0.008356	0.005007
57	0.009066	0.005456
58	0.009770	0.005901
59	0.010512	0.006365
60	0.011361	0.006904
61	0.012309	0.007437
62	0.013273	0.007958
63	0.014210	0.008477
64	0.015113	0.009016
65	0.016129	0.009625
66	0.017187	0.010335
67	0.018278	0.011167
68	0.019419	0.012157
69	0.020728	0.013311
70	0.022280	0.014625
71	0.024061	0.016129
72	0.026173	0.017833
73	0.028946	0.019909
74	0.031781	0.021991
75	0.034832	0.024282
76	0.038132	0.026786
77	0.041992	0.029732
78	0.046298	0.033045
79	0.051091	0.036814
80	0.056396	0.041099
81	0.062392	0.046021

82	0.069201	0.051757
83	0.076875	0.058105
84	0.085546	0.065016
85	0.095293	0.072964
86	0.105967	0.081763
87	0.117944	0.091535
88	0.130945	0.102501
89	0.145303	0.115095
90	0.161300	0.128725
91	0.178639	0.143402
92	0.197506	0.159525
93	0.217834	0.177157
94	0.238661	0.195719
95	0.259301	0.214472
96	0.279362	0.233102
97	0.298426	0.251263
98	0.316069	0.268589
99	0.331873	0.284704
100	0.348467	0.301786
101	0.365890	0.319894
102	0.384184	0.339087
103	0.403394	0.359432
104	0.423563	0.380998
105	0.444742	0.403858
106	0.466979	0.428090
107	0.490328	0.453775
108	0.514844	0.481002
109	0.540586	0.509862
110	0.567615	0.540454
111	0.595996	0.572881

112	0.625796	0.607254
113	0.657086	0.643689
114	0.689940	0.682310
115	0.724437	0.723249
116	0.760659	0.760659
117	0.798692	0.798692
118	0.838626	0.838626
119	0.880558	0.880558

LAMPIRAN C

HISTORICAL MORTALITY IMPROVEMENT (HMI) RATES

2019

Usia	2019 MI Rates (laki-laki)	2019 MI Rates (perempuan)
0	0.957412%	0.717618%
1	0.957412%	0.717618%
2	0.957412%	0.717618%
3	0.957412%	0.717618%
4	0.957412%	0.717618%
5	0.957412%	0.717618%
6	0.957412%	0.717618%
7	0.957412%	0.717618%
8	0.957412%	0.717618%
9	0.957412%	0.717618%
10	0.957412%	0.717618%
11	0.957412%	0.717618%
12	0.957412%	0.717618%
13	0.957412%	0.717618%
14	0.957412%	0.717618%
15	0.957412%	0.717618%
16	0.904222%	0.677751%
17	0.851033%	0.637883%
18	0.797843%	0.598015%
19	0.744654%	0.558147%
20	0.691464%	0.518280%
21	0.638275%	0.478412%

22	0.638275%	0.478412%
23	0.638275%	0.478412%
24	0.638275%	0.478412%
25	0.638275%	0.478412%
26	0.638275%	0.478412%
27	0.638275%	0.478412%
28	0.638275%	0.478412%
29	0.638275%	0.478412%
30	0.638275%	0.478412%
31	0.638275%	0.478412%
32	0.638275%	0.478412%
33	0.638275%	0.478412%
34	0.638275%	0.478412%
35	0.638275%	0.478412%
36	0.638275%	0.478412%
37	0.638275%	0.478412%
38	0.638275%	0.478412%
39	0.638275%	0.478412%
40	0.638275%	0.478412%
41	0.638275%	0.478412%
42	0.638275%	0.478412%
43	0.638275%	0.478412%
44	0.638275%	0.478412%
45	0.638275%	0.478412%
46	0.638275%	0.478412%
47	0.638275%	0.478412%
48	0.638275%	0.478412%
49	0.638275%	0.478412%
50	0.638275%	0.478412%
51	0.638275%	0.478412%

52	0.638275%	0.478412%
53	0.638275%	0.478412%
54	0.638275%	0.478412%
55	0.638275%	0.478412%
56	0.638275%	0.478412%
57	0.638275%	0.478412%
58	0.638275%	0.478412%
59	0.638275%	0.478412%
60	0.638275%	0.478412%
61	0.638275%	0.478412%
62	0.638275%	0.478412%
63	0.638275%	0.478412%
64	0.638275%	0.478412%
65	0.638275%	0.478412%
66	0.638275%	0.478412%
67	0.638275%	0.478412%
68	0.638275%	0.478412%
69	0.638275%	0.478412%
70	0.638275%	0.478412%
71	0.638275%	0.478412%
72	0.638275%	0.478412%
73	0.638275%	0.478412%
74	0.638275%	0.478412%
75	0.638275%	0.478412%
76	0.638275%	0.478412%
77	0.638275%	0.478412%
78	0.638275%	0.478412%
79	0.638275%	0.478412%
80	0.638275%	0.478412%
81	0.638275%	0.478412%

82	0.638275%	0.478412%
83	0.638275%	0.478412%
84	0.638275%	0.478412%
85	0.602977%	0.457647%
86	0.567679%	0.436883%
87	0.532382%	0.416118%
88	0.497084%	0.395353%
89	0.461786%	0.374588%
90	0.426488%	0.353824%
91	0.391191%	0.333059%
92	0.355893%	0.312294%
93	0.320595%	0.291529%
94	0.285298%	0.270765%
95	0.250000%	0.250000%
96	0.250000%	0.250000%
97	0.250000%	0.250000%
98	0.250000%	0.250000%
99	0.250000%	0.250000%
100	0.250000%	0.250000%
101	0.250000%	0.250000%
102	0.250000%	0.250000%
103	0.250000%	0.250000%
104	0.250000%	0.250000%
105	0.250000%	0.250000%
106	0.250000%	0.250000%
107	0.250000%	0.250000%
108	0.250000%	0.250000%
109	0.250000%	0.250000%
110	0.250000%	0.250000%
111	0.250000%	0.250000%

112	0.250000%	0.250000%
113	0.250000%	0.250000%
114	0.250000%	0.250000%
115	0.250000%	0.250000%
116	0.250000%	0.250000%
117	0.250000%	0.250000%
118	0.250000%	0.250000%
119	0.250000%	0.250000%

LAMPIRAN D

HISTORICAL MORTALITY IMPROVEMENT (HMI) RATES

2020

Usia	2020 MI Rates (laki-laki)	2020 MI Rates (perempuan)
0	0.704569%	0.553365%
1	0.704569%	0.553365%
2	0.704569%	0.553365%
3	0.704569%	0.553365%
4	0.704569%	0.553365%
5	0.704569%	0.553365%
6	0.704569%	0.553365%
7	0.704569%	0.553365%
8	0.704569%	0.553365%
9	0.704569%	0.553365%
10	0.704569%	0.553365%
11	0.704569%	0.553365%
12	0.704569%	0.553365%
13	0.704569%	0.553365%
14	0.704569%	0.553365%
15	0.704569%	0.553365%
16	0.665426%	0.522622%
17	0.626283%	0.491880%
18	0.587141%	0.461137%
19	0.547998%	0.430395%
20	0.508855%	0.399652%
21	0.469712%	0.368910%

22	0.469712%	0.368910%
23	0.469712%	0.368910%
24	0.469712%	0.368910%
25	0.469712%	0.368910%
26	0.469712%	0.368910%
27	0.469712%	0.368910%
28	0.469712%	0.368910%
29	0.469712%	0.368910%
30	0.469712%	0.368910%
31	0.469712%	0.368910%
32	0.469712%	0.368910%
33	0.469712%	0.368910%
34	0.469712%	0.368910%
35	0.469712%	0.368910%
36	0.469712%	0.368910%
37	0.469712%	0.368910%
38	0.469712%	0.368910%
39	0.469712%	0.368910%
40	0.469712%	0.368910%
41	0.469712%	0.368910%
42	0.469712%	0.368910%
43	0.469712%	0.368910%
44	0.469712%	0.368910%
45	0.469712%	0.368910%
46	0.469712%	0.368910%
47	0.469712%	0.368910%
48	0.469712%	0.368910%
49	0.469712%	0.368910%
50	0.469712%	0.368910%
51	0.469712%	0.368910%

52	0.469712%	0.368910%
53	0.469712%	0.368910%
54	0.469712%	0.368910%
55	0.469712%	0.368910%
56	0.469712%	0.368910%
57	0.469712%	0.368910%
58	0.469712%	0.368910%
59	0.469712%	0.368910%
60	0.469712%	0.368910%
61	0.469712%	0.368910%
62	0.469712%	0.368910%
63	0.469712%	0.368910%
64	0.469712%	0.368910%
65	0.469712%	0.368910%
66	0.469712%	0.368910%
67	0.469712%	0.368910%
68	0.469712%	0.368910%
69	0.469712%	0.368910%
70	0.469712%	0.368910%
71	0.469712%	0.368910%
72	0.469712%	0.368910%
73	0.469712%	0.368910%
74	0.469712%	0.368910%
75	0.469712%	0.368910%
76	0.469712%	0.368910%
77	0.469712%	0.368910%
78	0.469712%	0.368910%
79	0.469712%	0.368910%
80	0.469712%	0.368910%
81	0.469712%	0.368910%

82	0.469712%	0.368910%
83	0.469712%	0.368910%
84	0.469712%	0.368910%
85	0.449739%	0.358100%
86	0.429765%	0.347290%
87	0.409791%	0.336480%
88	0.389817%	0.325670%
89	0.369843%	0.314860%
90	0.349869%	0.304050%
91	0.329895%	0.293240%
92	0.309922%	0.282430%
93	0.289948%	0.271620%
94	0.269974%	0.260810%
95	0.250000%	0.250000%
96	0.250000%	0.250000%
97	0.250000%	0.250000%
98	0.250000%	0.250000%
99	0.250000%	0.250000%
100	0.250000%	0.250000%
101	0.250000%	0.250000%
102	0.250000%	0.250000%
103	0.250000%	0.250000%
104	0.250000%	0.250000%
105	0.250000%	0.250000%
106	0.250000%	0.250000%
107	0.250000%	0.250000%
108	0.250000%	0.250000%
109	0.250000%	0.250000%
110	0.250000%	0.250000%
111	0.250000%	0.250000%

112	0.250000%	0.250000%
113	0.250000%	0.250000%
114	0.250000%	0.250000%
115	0.250000%	0.250000%
116	0.250000%	0.250000%
117	0.250000%	0.250000%
118	0.250000%	0.250000%
119	0.250000%	0.250000%

LAMPIRAN E

HASIL PENGEMBANGAN NILAI MORTALITA *SOCIAL* *SECURITY ADMINISTRATION (SSA) 2019*

Usia (x)	qx (laki-laki)	qx (perempuan)
0	0.006126	0.005213
1	0.000400	0.000371
2	0.000282	0.000202
3	0.000221	0.000161
4	0.000169	0.000128
5	0.000134	0.000106
6	0.000116	0.000096
7	0.000112	0.000092
8	0.000110	0.000092
9	0.000107	0.000091
10	0.000108	0.000094
11	0.000118	0.000100
12	0.000134	0.000109
13	0.000166	0.000121
14	0.000224	0.000143
15	0.000319	0.000176
16	0.000462	0.000220
17	0.000636	0.000264
18	0.000821	0.000310
19	0.000963	0.000352
20	0.001072	0.000383
21	0.001163	0.000411

22	0.001206	0.000430
23	0.001235	0.000449
24	0.001256	0.000470
25	0.001261	0.000486
26	0.001270	0.000502
27	0.001273	0.000525
28	0.001289	0.000561
29	0.001309	0.000598
30	0.001334	0.000628
31	0.001367	0.000655
32	0.001390	0.000690
33	0.001410	0.000723
34	0.001434	0.000774
35	0.001478	0.000837
36	0.001553	0.000911
37	0.001646	0.000979
38	0.001742	0.001049
39	0.001840	0.001122
40	0.001952	0.001208
41	0.002121	0.001324
42	0.002324	0.001459
43	0.002547	0.001616
44	0.002813	0.001786
45	0.003099	0.001968
46	0.003423	0.002182
47	0.003766	0.002387
48	0.004121	0.002594
49	0.004493	0.002819
50	0.004870	0.003061
51	0.005294	0.003317

52	0.005762	0.003577
53	0.006246	0.003812
54	0.006751	0.004066
55	0.007301	0.004318
56	0.007915	0.004636
57	0.008554	0.004979
58	0.009175	0.005360
59	0.009759	0.005747
60	0.010324	0.006188
61	0.010967	0.006730
62	0.011756	0.007359
63	0.012677	0.008081
64	0.013950	0.008981
65	0.015223	0.009903
66	0.016470	0.010872
67	0.017775	0.011871
68	0.019398	0.013043
69	0.021153	0.014305
70	0.022958	0.015682
71	0.024889	0.017173
72	0.027155	0.018820
73	0.029748	0.020709
74	0.032680	0.022866
75	0.035924	0.025323
76	0.039500	0.028078
77	0.043332	0.031065
78	0.047571	0.034352
79	0.052337	0.037896
80	0.057874	0.041966
81	0.064085	0.046684

82	0.070813	0.052107
83	0.078221	0.058285
84	0.086906	0.065390
85	0.096700	0.073288
86	0.107242	0.081819
87	0.119110	0.091395
88	0.132438	0.102602
89	0.146838	0.115179
90	0.163081	0.128791
91	0.180190	0.143632
92	0.198924	0.159543
93	0.218994	0.176621
94	0.238800	0.193756
95	0.258626	0.211195
96	0.277295	0.228298
97	0.295261	0.245188
98	0.312207	0.261613
99	0.327817	0.277310
100	0.344209	0.293949
101	0.361418	0.311586
102	0.379490	0.330281
103	0.398464	0.350097
104	0.418388	0.371104
105	0.439307	0.393370
106	0.461272	0.416972
107	0.484336	0.441991
108	0.508552	0.468510
109	0.533980	0.496620
110	0.560679	0.526417
111	0.588713	0.558003

112	0.618148	0.591483
113	0.649056	0.626972
114	0.681509	0.664590
115	0.715584	0.704466
116	0.751363	0.746734
117	0.788931	0.788931
118	0.828378	0.828378
119	0.869797	0.869797

LAMPIRAN F

HASIL PENGEMBANGAN NILAI MORTALITA *SOCIAL* *SECURITY ADMINISTRATION (SSA) 2020*

Age	qx (laki-laki)	qx (perempuan)
0	0.006224	0.005262
1	0.000406	0.000375
2	0.000286	0.000203
3	0.000225	0.000163
4	0.000171	0.000130
5	0.000136	0.000107
6	0.000118	0.000096
7	0.000114	0.000093
8	0.000112	0.000093
9	0.000109	0.000092
10	0.000110	0.000095
11	0.000120	0.000101
12	0.000136	0.000110
13	0.000169	0.000122
14	0.000227	0.000145
15	0.000324	0.000178
16	0.000469	0.000222
17	0.000645	0.000267
18	0.000832	0.000312
19	0.000975	0.000354
20	0.001084	0.000385
21	0.001175	0.000413

22	0.001219	0.000433
23	0.001248	0.000452
24	0.001270	0.000473
25	0.001275	0.000489
26	0.001283	0.000505
27	0.001287	0.000528
28	0.001302	0.000565
29	0.001323	0.000601
30	0.001348	0.000632
31	0.001381	0.000659
32	0.001404	0.000694
33	0.001425	0.000728
34	0.001449	0.000779
35	0.001494	0.000842
36	0.001569	0.000916
37	0.001664	0.000985
38	0.001760	0.001055
39	0.001859	0.001129
40	0.001973	0.001215
41	0.002144	0.001332
42	0.002349	0.001468
43	0.002574	0.001626
44	0.002843	0.001797
45	0.003132	0.001980
46	0.003459	0.002195
47	0.003806	0.002402
48	0.004164	0.002610
49	0.004541	0.002836
50	0.004922	0.003080
51	0.005350	0.003337

52	0.005823	0.003599
53	0.006313	0.003836
54	0.006822	0.004091
55	0.007378	0.004344
56	0.007999	0.004664
57	0.008644	0.005010
58	0.009272	0.005393
59	0.009863	0.005782
60	0.010433	0.006227
61	0.011084	0.006772
62	0.011880	0.007405
63	0.012811	0.008131
64	0.014098	0.009037
65	0.015384	0.009965
66	0.016645	0.010939
67	0.017963	0.011945
68	0.019604	0.013124
69	0.021377	0.014394
70	0.023202	0.015780
71	0.025152	0.017279
72	0.027443	0.018937
73	0.030064	0.020837
74	0.033027	0.023009
75	0.036305	0.025481
76	0.039919	0.028252
77	0.043791	0.031258
78	0.048075	0.034566
79	0.052892	0.038131
80	0.058487	0.042227
81	0.064765	0.046974

82	0.071564	0.052431
83	0.079050	0.058648
84	0.087827	0.065797
85	0.097609	0.073686
86	0.108122	0.082198
87	0.119944	0.091745
88	0.133207	0.102914
89	0.147516	0.115438
90	0.163639	0.128978
91	0.180593	0.143727
92	0.199132	0.159522
93	0.218964	0.176458
94	0.238485	0.193424
95	0.257979	0.210667
96	0.276602	0.227727
97	0.294523	0.244575
98	0.311426	0.260959
99	0.326998	0.276617
100	0.343348	0.293214
101	0.360515	0.310807
102	0.378541	0.329455
103	0.397468	0.349222
104	0.417342	0.370176
105	0.438209	0.392386
106	0.460119	0.415929
107	0.483125	0.440886
108	0.507281	0.467338
109	0.532645	0.495379
110	0.559277	0.525101
111	0.587241	0.556608

112	0.616603	0.590004
113	0.647433	0.625405
114	0.679805	0.662929
115	0.713795	0.702704
116	0.749485	0.744867
117	0.786959	0.786959
118	0.826307	0.826307
119	0.867622	0.867622

LAMPIRAN G

LONGEVITY INDEX SOCIAL SECURITY ADMINISTRATION **(SSA) 2019**

Usia	<i>I</i> (laki-laki)	<i>I</i> (perempuan)
0	0.999955	0.999832
1	1.000025	0.999978
2	0.999965	1.000001
3	0.999977	1.000007
4	0.999992	1.000012
5	1.000005	1.000017
6	1.000001	1.000015
7	1.000008	1.000009
8	1.000008	1.000004
9	1.000015	1.000004
10	1.000024	1.000003
11	1.000026	1.000006
12	1.000026	1.000011
13	1.000027	1.000018
14	1.000034	1.000017
15	1.000041	1.000012
16	1.000037	1.000006
17	1.000034	1.000013
18	1.000037	1.000024
19	1.000053	1.000024
20	1.000077	1.000031
21	1.000098	1.000038

22	1.000116	1.000054
23	1.000128	1.000074
24	1.000158	1.000081
25	1.00022	1.000094
26	1.000278	1.000112
27	1.000336	1.000126
28	1.000391	1.000131
29	1.000441	1.000146
30	1.000482	1.000182
31	1.0005	1.000217
32	1.000525	1.000242
33	1.000567	1.000266
34	1.000622	1.000253
35	1.000662	1.000241
36	1.000674	1.00023
37	1.000676	1.000244
38	1.000682	1.000268
39	1.000684	1.000273
40	1.000695	1.000251
41	1.00061	1.000197
42	1.000499	1.000138
43	1.000377	1.000086
44	1.000265	1.000037
45	1.000211	1.000012
46	1.000157	0.999971
47	1.000095	0.999949
48	1.000033	0.999939
49	0.999989	0.999921
50	1.00002	0.999917
51	1.000053	0.999922

52	1.000067	0.999956
53	1.000102	1.000045
54	1.000219	1.000136
55	1.000358	1.000269
56	1.000444	1.000373
57	1.000517	1.000479
58	1.000601	1.000545
59	1.000761	1.000622
60	1.001049	1.000721
61	1.001358	1.000712
62	1.001538	1.000603
63	1.001555	1.0004
64	1.00118	1.000035
65	1.000921	0.999719
66	1.00073	0.999458
67	1.000513	0.999288
68	1.000021	0.999103
69	0.999566	0.998993
70	0.999306	0.998927
71	0.999152	0.998939
72	0.998991	0.998995
73	0.999174	0.999184
74	0.999071	0.999105
75	0.998869	0.998933
76	0.998578	0.998673
77	0.998602	0.998626
78	0.998665	0.998648
79	0.998687	0.998877
80	0.998434	0.999096
81	0.998194	0.999305

82	0.998268	0.999631
83	0.998542	0.999809
84	0.998513	0.9996
85	0.998445	0.99965
86	0.998574	0.999938
87	0.998678	1.000154
88	0.998282	0.999887
89	0.998204	0.999905
90	0.997877	0.999924
91	0.998112	0.999731
92	0.998234	0.999979
93	0.998517	1.000652
94	0.999817	1.002441
95	1.000912	1.004172
96	1.002868	1.006265
97	1.004512	1.008114
98	1.005647	1.009537
99	1.006071	1.010337
100	1.006536	1.011225
101	1.007052	1.012216
102	1.007623	1.013324
103	1.008263	1.014572
104	1.008978	1.015984
105	1.009788	1.017594
106	1.010706	1.019441
107	1.011757	1.021574
108	1.012969	1.02407
109	1.014379	1.027017
110	1.016042	1.030545
111	1.018027	1.034834

112	1.020438	1.040156
113	1.023417	1.046916
114	1.027193	1.055777
115	1.032126	1.067871
116	1.03884	1.058183
117	1.048487	1.048487
118	1.063502	1.063502
119	1.090097	1.090097

LAMPIRAN H

HASIL PERHITUNGAN NILAI PROBABILITAS HIDUP *SOCIAL SECURITY ADMINISTRATION SSA 2020*

Usia	<i>p</i>*(laki-laki)	<i>p</i>* (perempuan)
0	0.993821	0.994905
1	0.999569	0.999648
2	0.999748	0.999795
3	0.999798	0.999830
4	0.999836	0.999859
5	0.999859	0.999876
6	0.999872	0.999888
7	0.999878	0.999898
8	0.999880	0.999903
9	0.999876	0.999904
10	0.999866	0.999902
11	0.999854	0.999893
12	0.999838	0.999879
13	0.999804	0.999860
14	0.999738	0.999839
15	0.999635	0.999810
16	0.999494	0.999772
17	0.999321	0.999721
18	0.999131	0.999664
19	0.998972	0.999621
20	0.998839	0.999583
21	0.998727	0.999548

22	0.998665	0.999513
23	0.998624	0.999474
24	0.998573	0.999446
25	0.998506	0.999417
26	0.998440	0.999383
27	0.998378	0.999346
28	0.998307	0.999305
29	0.998236	0.999252
30	0.998171	0.999186
31	0.998120	0.999124
32	0.998071	0.999065
33	0.998009	0.999007
34	0.997930	0.998968
35	0.997845	0.998917
36	0.997759	0.998853
37	0.997662	0.998771
38	0.997560	0.998677
39	0.997459	0.998598
40	0.997334	0.998534
41	0.997248	0.998472
42	0.997153	0.998395
43	0.997050	0.998288
44	0.996893	0.998166
45	0.996658	0.998008
46	0.996385	0.997833
47	0.996100	0.997649
48	0.995803	0.997451
49	0.995470	0.997242
50	0.995058	0.997003
51	0.994597	0.996740

52	0.994110	0.996445
53	0.993586	0.996119
54	0.992960	0.995774
55	0.992267	0.995388
56	0.991560	0.994964
57	0.990843	0.994513
58	0.990133	0.994066
59	0.989385	0.993599
60	0.988530	0.993058
61	0.987575	0.992521
62	0.986603	0.991996
63	0.985656	0.991473
64	0.984739	0.990928
65	0.983710	0.990313
66	0.982639	0.989597
67	0.981534	0.988759
68	0.980375	0.987762
69	0.979048	0.986600
70	0.977476	0.985277
71	0.975675	0.983764
72	0.973539	0.982050
73	0.970738	0.979962
74	0.967872	0.977867
75	0.964787	0.975560
76	0.961449	0.973039
77	0.957548	0.970074
78	0.953197	0.966741
79	0.948353	0.962950
80	0.942989	0.958640
81	0.936927	0.953688

82	0.930047	0.947919
83	0.922294	0.941532
84	0.913531	0.934577
85	0.903797	0.926638
86	0.893152	0.917858
87	0.881221	0.908115
88	0.868284	0.897187
89	0.854018	0.884647
90	0.838140	0.871088
91	0.820958	0.856503
92	0.802285	0.840496
93	0.782196	0.823006
94	0.761654	0.804612
95	0.741345	0.786054
96	0.721329	0.767465
97	0.702309	0.749345
98	0.684707	0.732059
99	0.668942	0.715982
100	0.652388	0.698941
101	0.635007	0.680876
102	0.616758	0.661728
103	0.597594	0.641431
104	0.577474	0.619915
105	0.556346	0.597108
106	0.534162	0.572933
107	0.510869	0.547307
108	0.486411	0.520142
109	0.460730	0.491347
110	0.433765	0.460823
111	0.405450	0.428467

112	0.375718	0.394168
113	0.344500	0.357808
114	0.311719	0.319264
115	0.277296	0.278400
116	0.241149	0.241105
117	0.203189	0.203189
118	0.163321	0.163321
119	0.121437	0.121437

LAMPIRAN I

PERBANDINGAN ESTIMASI NILAI PROBABILITAS HIDUP SSA 2020 HASIL PENGEMBANGAN YANG MENGIKUTSERTAKAN RISIKO LONGEVITY, HANYA METODE HMI, DAN DATA SSA UNTUK LAKI-LAKI

Usia (x)	p^* (laki-laki)	px SSA HMI (laki-laki)	px SSA (laki-laki)
0	0.993821	0.993776	0.994163
1	0.999569	0.999594	0.999590
2	0.999748	0.999714	0.999746
3	0.999798	0.999775	0.999793
4	0.999836	0.999829	0.999833
5	0.999859	0.999864	0.999859
6	0.999872	0.999882	0.999877
7	0.999878	0.999886	0.999887
8	0.999880	0.999888	0.999892
9	0.999876	0.999891	0.999886
10	0.999866	0.999890	0.999873
11	0.999854	0.999880	0.999854
12	0.999838	0.999864	0.999826
13	0.999804	0.999831	0.999772
14	0.999738	0.999773	0.999688
15	0.999635	0.999676	0.999565
16	0.999494	0.999531	0.999396
17	0.999321	0.999355	0.999186
18	0.999131	0.999168	0.998949

19	0.998972	0.999025	0.998750
20	0.998839	0.998916	0.998602
21	0.998727	0.998825	0.998476
22	0.998665	0.998781	0.998388
23	0.998624	0.998752	0.998318
24	0.998573	0.998730	0.998253
25	0.998506	0.998725	0.998188
26	0.998440	0.998717	0.998116
27	0.998378	0.998713	0.998026
28	0.998307	0.998698	0.997930
29	0.998236	0.998677	0.997828
30	0.998171	0.998652	0.997725
31	0.998120	0.998619	0.997632
32	0.998071	0.998596	0.997559
33	0.998009	0.998575	0.997483
34	0.997930	0.998551	0.997410
35	0.997845	0.998506	0.997327
36	0.997759	0.998431	0.997209
37	0.997662	0.998336	0.997077
38	0.997560	0.998240	0.996946
39	0.997459	0.998141	0.996793
40	0.997334	0.998027	0.996667
41	0.997248	0.997856	0.996536
42	0.997153	0.997651	0.996413
43	0.997050	0.997426	0.996265
44	0.996893	0.997157	0.996089
45	0.996658	0.996868	0.995863
46	0.996385	0.996541	0.995548
47	0.996100	0.996194	0.995177
48	0.995803	0.995836	0.994786

49	0.995470	0.995459	0.994406
50	0.995058	0.995078	0.994002
51	0.994597	0.994650	0.993500
52	0.994110	0.994177	0.992919
53	0.993586	0.993687	0.992289
54	0.992960	0.993178	0.991606
55	0.992267	0.992622	0.990891
56	0.991560	0.992001	0.990119
57	0.990843	0.991356	0.989313
58	0.990133	0.990728	0.988434
59	0.989385	0.990137	0.987503
60	0.988530	0.989567	0.986515
61	0.987575	0.988916	0.985405
62	0.986603	0.988120	0.984298
63	0.985656	0.987189	0.983164
64	0.984739	0.985902	0.982092
65	0.983710	0.984616	0.981057
66	0.982639	0.983355	0.979897
67	0.981534	0.982037	0.978655
68	0.980375	0.980396	0.977250
69	0.979048	0.978623	0.975675
70	0.977476	0.976798	0.973863
71	0.975675	0.974848	0.971875
72	0.973539	0.972557	0.969562
73	0.970738	0.969936	0.966751
74	0.967872	0.966973	0.963025
75	0.964787	0.963695	0.959367
76	0.961449	0.960081	0.955290
77	0.957548	0.956209	0.950848
78	0.953197	0.951925	0.945735

79	0.948353	0.947108	0.940342
80	0.942989	0.941513	0.934432
81	0.936927	0.935235	0.927870
82	0.930047	0.928436	0.920309
83	0.922294	0.920950	0.911422
84	0.913531	0.912173	0.901612
85	0.903797	0.902391	0.890861
86	0.893152	0.891878	0.879235
87	0.881221	0.880056	0.866237
88	0.868284	0.866793	0.851630
89	0.854018	0.852484	0.835465
90	0.838140	0.836361	0.817368
91	0.820958	0.819407	0.797227
92	0.802285	0.800868	0.776293
93	0.782196	0.781036	0.754876
94	0.761654	0.761515	0.733067
95	0.741345	0.742021	0.711398
96	0.721329	0.723398	0.690219
97	0.702309	0.705477	0.669901
98	0.684707	0.688574	0.650823
99	0.668942	0.673002	0.633365
100	0.652388	0.656652	0.615033
101	0.635007	0.639485	0.595785
102	0.616758	0.621459	0.575574
103	0.597594	0.602532	0.554352
104	0.577474	0.582658	0.532070
105	0.556346	0.561791	0.508674
106	0.534162	0.539881	0.484107
107	0.510869	0.516875	0.458313
108	0.486411	0.492719	0.431228

109	0.460730	0.467355	0.402790
110	0.433765	0.440723	0.372929
111	0.405450	0.412759	0.341576
112	0.375718	0.383397	0.308654
113	0.344500	0.352567	0.274087
114	0.311719	0.320195	0.237791
115	0.277296	0.286205	0.199681
116	0.241149	0.250515	0.159665
117	0.203189	0.213041	0.117648
118	0.163321	0.173693	0.073531
119	0.121437	0.132378	0.027207

LAMPIRAN J

PERBANDINGAN ESTIMASI NILAI PROBABILITAS HIDUP SSA 2020 HASIL PENGEMBANGAN YANG MENGIKUTSERTAKAN RISIKO LONGEVITY, HANYA METODE HMI, DAN DATA SSA UNTUK PEREMPUAN

Usia (x)	p^* (perempuan)	px SSA HMI (perempuan)	px SSA (perempuan)
0	0.994905	0.994738	0.995093
1	0.999648	0.999625	0.999684
2	0.999795	0.999797	0.999804
3	0.999830	0.999837	0.999840
4	0.999859	0.999870	0.999871
5	0.999876	0.999893	0.999891
6	0.999888	0.999904	0.999900
7	0.999898	0.999907	0.999904
8	0.999903	0.999907	0.999908
9	0.999904	0.999908	0.999911
10	0.999902	0.999905	0.999908
11	0.999893	0.999899	0.999896
12	0.999879	0.999890	0.999877
13	0.999860	0.999878	0.999855
14	0.999839	0.999855	0.999827
15	0.999810	0.999822	0.999790
16	0.999772	0.999778	0.999743
17	0.999721	0.999733	0.999686
18	0.999664	0.999688	0.999616

19	0.999621	0.999646	0.999560
20	0.999583	0.999615	0.999515
21	0.999548	0.999587	0.999467
22	0.999513	0.999567	0.999426
23	0.999474	0.999548	0.999383
24	0.999446	0.999527	0.999345
25	0.999417	0.999511	0.999300
26	0.999383	0.999495	0.999257
27	0.999346	0.999472	0.999204
28	0.999305	0.999435	0.999149
29	0.999252	0.999399	0.999086
30	0.999186	0.999368	0.999024
31	0.999124	0.999341	0.998959
32	0.999065	0.999306	0.998882
33	0.999007	0.999272	0.998814
34	0.998968	0.999221	0.998759
35	0.998917	0.999158	0.998694
36	0.998853	0.999084	0.998614
37	0.998771	0.999015	0.998528
38	0.998677	0.998945	0.998451
39	0.998598	0.998871	0.998363
40	0.998534	0.998785	0.998265
41	0.998472	0.998668	0.998150
42	0.998395	0.998532	0.998050
43	0.998288	0.998374	0.997928
44	0.998166	0.998203	0.997783
45	0.998008	0.998020	0.997617
46	0.997833	0.997805	0.997427
47	0.997649	0.997598	0.997223
48	0.997451	0.997390	0.997016

49	0.997242	0.997164	0.996790
50	0.997003	0.996920	0.996524
51	0.996740	0.996663	0.996207
52	0.996445	0.996401	0.995864
53	0.996119	0.996164	0.995505
54	0.995774	0.995909	0.995130
55	0.995388	0.995656	0.994739
56	0.994964	0.995336	0.994286
57	0.994513	0.994990	0.993773
58	0.994066	0.994607	0.993248
59	0.993599	0.994218	0.992673
60	0.993058	0.993773	0.992074
61	0.992521	0.993228	0.991456
62	0.991996	0.992595	0.990827
63	0.991473	0.991869	0.990159
64	0.990928	0.990963	0.989471
65	0.990313	0.990035	0.988735
66	0.989597	0.989061	0.987931
67	0.988759	0.988055	0.987012
68	0.987762	0.986876	0.985968
69	0.986600	0.985606	0.984783
70	0.985277	0.984220	0.983366
71	0.983764	0.982721	0.981706
72	0.982050	0.981063	0.979825
73	0.979962	0.979163	0.977679
74	0.977867	0.976991	0.974970
75	0.975560	0.974519	0.972285
76	0.973039	0.971748	0.969369
77	0.970074	0.968742	0.966100
78	0.966741	0.965434	0.962169

79	0.962950	0.961869	0.957751
80	0.958640	0.957773	0.952852
81	0.953688	0.953026	0.947455
82	0.947919	0.947569	0.941315
83	0.941532	0.941352	0.934193
84	0.934577	0.934203	0.925948
85	0.926638	0.926314	0.916597
86	0.917858	0.917802	0.906202
87	0.908115	0.908255	0.895042
88	0.897187	0.897086	0.882565
89	0.884647	0.884562	0.868460
90	0.871088	0.871022	0.853015
91	0.856503	0.856273	0.836408
92	0.840496	0.840478	0.818438
93	0.823006	0.823542	0.799276
94	0.804612	0.806576	0.780042
95	0.786054	0.789333	0.760540
96	0.767465	0.772273	0.741025
97	0.749345	0.755425	0.721775
98	0.732059	0.739041	0.703088
99	0.715982	0.723383	0.685273
100	0.698941	0.706786	0.666390
101	0.680876	0.689193	0.646373
102	0.661728	0.670545	0.625156
103	0.641431	0.650778	0.602665
104	0.619915	0.629824	0.578825
105	0.597108	0.607614	0.553554
106	0.572933	0.584071	0.526768
107	0.547307	0.559114	0.498374
108	0.520142	0.532662	0.468276

109	0.491347	0.504621	0.436373
110	0.460823	0.474899	0.402555
111	0.428467	0.443392	0.366708
112	0.394168	0.409996	0.328711
113	0.357808	0.374595	0.288433
114	0.319264	0.337071	0.245739
115	0.278400	0.297296	0.200484
116	0.241105	0.255133	0.159665
117	0.203189	0.213041	0.117648
118	0.163321	0.173693	0.073531
119	0.121437	0.132378	0.027207

LAMPIRAN K

HASIL ESTIMASI PARAMETER \hat{a}_x

Usia	Pria	Wanita	Usia	Pria	Wanita
0	-5.055687	-5.238822	60	-4.984616	-5.495425
1	-7.745805	-7.951196	61	-4.919963	-5.444956
2	-8.218159	-8.465273	62	-4.857687	-5.396476
3	-8.440141	-8.690593	63	-4.793663	-5.340367
4	-8.669615	-8.887730	64	-4.718205	-5.259325
5	-8.861438	-9.036650	65	-4.630161	-5.152936
6	-8.990845	-9.148894	66	-4.563156	-5.065471
7	-9.066771	-9.210764	67	-4.512236	-4.989903
8	-9.082455	-9.266738	68	-4.465083	-4.914264
9	-9.082455	-9.285695	69	-4.411700	-4.830442
10	-9.029431	-9.248677	70	-4.347771	-4.737160
11	-8.955813	-9.158217	71	-4.271552	-4.635632
12	-8.817318	-9.059552	72	-4.184701	-4.530098
13	-8.578714	-8.941376	73	-4.092188	-4.425922
14	-8.275755	-8.786971	74	-3.999107	-4.325539
15	-7.946722	-8.622736	75	-3.907386	-4.228634
16	-7.638245	-8.434214	76	-3.816225	-4.131456
17	-7.368765	-8.247564	77	-3.724244	-4.030996
18	-7.150426	-8.079851	78	-3.631105	-3.926583
19	-6.983741	-7.946722	79	-3.536438	-3.818355
20	-6.861372	-7.845719	80	-3.440664	-3.706777
21	-6.772047	-7.759620	81	-3.341847	-3.591794
22	-6.707766	-7.688933	82	-3.236648	-3.471953

23	-6.659256	-7.626261	83	-3.120939	-3.346446
24	-6.612945	-7.567262	84	-2.993061	-3.215597
25	-6.567085	-7.509514	85	-2.804605	-3.034345
26	-6.516209	-7.447513	86	-2.681961	-2.911473
27	-6.471729	-7.384044	87	-2.568555	-2.796460
28	-6.431785	-7.320323	88	-2.459592	-2.683232
29	-6.397753	-7.252395	89	-2.353250	-2.568553
30	-6.368522	-7.183738	90	-2.248762	-2.455921
31	-6.343652	-7.122873	91	-2.145886	-2.345891
32	-6.320329	-7.069585	92	-2.043307	-2.237773
33	-6.293808	-7.028327	93	-1.943217	-2.129054
34	-6.264311	-6.994682	94	-1.850476	-2.026214
35	-6.235626	-6.962951	95	-1.765951	-1.931660
36	-6.210311	-6.927441	96	-1.689956	-1.845549
37	-6.188296	-6.887497	97	-1.622652	-1.768165
38	-6.169851	-6.847960	98	-1.564212	-1.699660
39	-6.156898	-6.817710	99	-1.514935	-1.640139
40	-6.149011	-6.798203	100	-1.465369	-1.580402
41	-6.145939	-6.778669	101	-1.415588	-1.520255
42	-6.140330	-6.750921	102	-1.365602	-1.459681
43	-6.124383	-6.713828	103	-1.315192	-1.398827
44	-6.094163	-6.667362	104	-1.264508	-1.337400
45	-6.052196	-6.609004	105	-1.213508	-1.275520
46	-6.002699	-6.547532	106	-1.162380	-1.213256
47	-5.951851	-6.483991	107	-1.110008	-1.149828
48	-5.892061	-6.416503	108	-1.056999	-1.086822
49	-5.819650	-6.338276	109	-1.005260	-1.023133
50	-5.736630	-6.251117	110	-0.952091	-0.958368
51	-5.653912	-6.166501	111	-0.898936	-0.898153
52	-5.571611	-6.082121	112	-0.843298	-0.844240

53	-5.490361	-6.000022	113	-0.791831	-0.789373
54	-5.407526	-5.916831	114	-0.737011	-0.735622
55	-5.326725	-5.834487	115	-0.682128	-0.674075
56	-5.250949	-5.755176	116	-0.611680	-0.622607
57	-5.180710	-5.682009	117	-0.571380	-0.555398
58	-5.115031	-5.613970	118	-0.508261	-0.505081
59	-5.050109	-5.551662	119	-0.399495	-0.437825

LAMPIRAN L

HASIL ESTIMASI PARAMETER \hat{b}_x

Usia	Pria	Wanita	Usia	Pria	Wanita
0	0.011367	0.013081	60	0.010872	0.011556
1	0.004484	0.014542	61	0.010947	0.011595
2	0.016915	0.013719	62	0.010980	0.011675
3	0.007816	0.005006	63	0.010751	0.011246
4	0.009315	0.004103	64	0.010050	0.010419
5	0.011697	0.009004	65	0.008902	0.008860
6	0.006096	0.008078	66	0.008333	0.008290
7	0.011751	0.010849	67	0.008054	0.007929
8	0.005206	0.008914	68	0.008078	0.007898
9	0.009136	0.005306	69	0.008019	0.007857
10	0.022658	0.014916	70	0.007987	0.007749
11	0.018997	0.018574	71	0.007862	0.007677
12	0.014164	0.017972	72	0.007787	0.007568
13	0.011776	0.014568	73	0.007723	0.007451
14	0.008729	0.011600	74	0.007545	0.007260
15	0.007182	0.012384	75	0.007460	0.007201
16	0.007906	0.007524	76	0.007366	0.007070
17	0.007958	0.009650	77	0.007248	0.006958
18	0.007532	0.008694	78	0.007138	0.006871
19	0.008211	0.007755	79	0.007062	0.006769
20	0.007633	0.008726	80	0.007024	0.006699
21	0.007793	0.007945	81	0.006648	0.006345
22	0.008092	0.008651	82	0.006480	0.005968

23	0.008296	0.009006	83	0.007697	0.007003
24	0.008496	0.009116	84	0.012684	0.011485
25	0.008116	0.008489	85	0.000637	0.000773
26	0.007787	0.009445	86	0.004547	0.004368
27	0.008398	0.008901	87	0.005525	0.005459
28	0.008003	0.009657	88	0.005535	0.005499
29	0.007915	0.009646	89	0.005442	0.005200
30	0.008286	0.009594	90	0.005423	0.005133
31	0.008295	0.009601	91	0.005367	0.005108
32	0.008586	0.010026	92	0.005340	0.005104
33	0.008627	0.009723	93	0.005357	0.005070
34	0.008793	0.010029	94	0.005305	0.005047
35	0.008578	0.009739	95	0.005297	0.005029
36	0.008956	0.010452	96	0.005300	0.005023
37	0.008930	0.010788	97	0.005304	0.005018
38	0.009211	0.010903	98	0.005283	0.005011
39	0.009097	0.011143	99	0.005312	0.004995
40	0.009273	0.010928	100	0.005324	0.005015
41	0.009700	0.010717	101	0.005312	0.004997
42	0.009971	0.010423	102	0.005320	0.005041
43	0.009977	0.010900	103	0.005337	0.004983
44	0.009930	0.011385	104	0.005218	0.005032
45	0.009895	0.011322	105	0.005187	0.004988
46	0.010005	0.011568	106	0.005070	0.005011
47	0.010442	0.011504	107	0.005174	0.005054
48	0.010195	0.011596	108	0.005288	0.005030
49	0.010187	0.011288	109	0.005115	0.005021
50	0.009810	0.011085	110	0.004963	0.005175
51	0.009852	0.010680	111	0.005925	0.005491
52	0.010007	0.011055	112	0.005616	0.005595

53	0.009832	0.011020	113	0.006080	0.004907
54	0.010005	0.011295	114	0.005014	0.005892
55	0.010120	0.011146	115	0.008198	0.005515
56	0.010301	0.011518	116	0.005361	0.004919
57	0.010475	0.011446	117	0.002275	0.004341
58	0.010555	0.011534	118	0.001301	0.003488
59	0.010680	0.011521	119	0.039257	-0.006485

LAMPIRAN M

HASIL ESTIMASI ${}_t\hat{m}_x$ 2020

Usia	Pria	Wanita	Usia	Pria	Wanita
0	0.006138	0.005025	60	0.006601	0.003913
1	0.000426	0.000332	61	0.007040	0.004115
2	0.000255	0.000199	62	0.007491	0.004318
3	0.000211	0.000165	63	0.007993	0.004575
4	0.000167	0.000136	64	0.008639	0.004978
5	0.000136	0.000115	65	0.009470	0.005573
6	0.000122	0.000103	66	0.010146	0.006097
7	0.000111	0.000096	67	0.010685	0.006585
8	0.000112	0.000091	68	0.011200	0.007104
9	0.000110	0.000091	69	0.011817	0.007726
10	0.000111	0.000090	70	0.012598	0.008485
11	0.000121	0.000098	71	0.013602	0.009395
12	0.000141	0.000108	72	0.014840	0.010445
13	0.000181	0.000123	73	0.016281	0.011598
14	0.000247	0.000146	74	0.017880	0.012833
15	0.000346	0.000171	75	0.019603	0.014142
16	0.000469	0.000211	76	0.021481	0.015594
17	0.000614	0.000252	77	0.023560	0.017250
18	0.000765	0.000299	78	0.025869	0.019155
19	0.000902	0.000343	79	0.028445	0.021354
20	0.001021	0.000377	80	0.031308	0.023881
21	0.001116	0.000413	81	0.034602	0.026831
22	0.001189	0.000442	82	0.038462	0.030294

23	0.001247	0.000470	83	0.043007	0.034198
24	0.001306	0.000498	84	0.048074	0.038258
25	0.001369	0.000529	85	0.060403	0.047952
26	0.001442	0.000560	86	0.067407	0.053415
27	0.001504	0.000598	87	0.075258	0.059655
28	0.001568	0.000636	88	0.083919	0.066795
29	0.001622	0.000681	89	0.093364	0.075005
30	0.001668	0.000729	90	0.103654	0.083971
31	0.001710	0.000775	91	0.114907	0.093747
32	0.001749	0.000816	92	0.127330	0.104453
33	0.001796	0.000851	93	0.140727	0.116466
34	0.001848	0.000879	94	0.154429	0.129093
35	0.001904	0.000909	95	0.168054	0.141906
36	0.001950	0.000939	96	0.181321	0.154671
37	0.001994	0.000976	97	0.193942	0.167118
38	0.002029	0.001015	98	0.205628	0.178973
39	0.002056	0.001045	99	0.215994	0.189962
40	0.002071	0.001066	100	0.226961	0.201639
41	0.002075	0.001088	101	0.238554	0.214155
42	0.002084	0.001120	102	0.250775	0.227487
43	0.002118	0.001160	103	0.263726	0.241818
44	0.002183	0.001213	104	0.277546	0.257086
45	0.002277	0.001286	105	0.292099	0.273547
46	0.002392	0.001366	106	0.307540	0.291093
47	0.002513	0.001456	107	0.323965	0.310099
48	0.002670	0.001557	108	0.341472	0.330299
49	0.002870	0.001686	109	0.359811	0.352032
50	0.003123	0.001841	110	0.379650	0.375345
51	0.003391	0.002007	111	0.399104	0.398116
52	0.003680	0.002181	112	0.422371	0.419987

53	0.003994	0.002368	113	0.443995	0.444948
54	0.004337	0.002570	114	0.470671	0.467597
55	0.004700	0.002792	115	0.492017	0.498061
56	0.005067	0.003018	116	0.532906	0.525670
57	0.005433	0.003248	117	0.560513	0.563567
58	0.005800	0.003476	118	0.598957	0.594759
59	0.006186	0.003699	119	0.005597	0.005452

LAMPIRAN N

HASIL ESTIMASI ${}_t\hat{q}_x$ 2020

Usia	Pria	Wanita	Usia	Pria	Wanita
0	0.006119	0.005013	60	0.006579	0.003905
1	0.000426	0.000331	61	0.007015	0.004106
2	0.000255	0.000199	62	0.007464	0.004308
3	0.000210	0.000165	63	0.007961	0.004565
4	0.000167	0.000136	64	0.008602	0.004966
5	0.000136	0.000115	65	0.009426	0.005558
6	0.000122	0.000103	66	0.010095	0.006079
7	0.000111	0.000096	67	0.010629	0.006564
8	0.000112	0.000091	68	0.011139	0.007079
9	0.000110	0.000091	69	0.011748	0.007697
10	0.000111	0.000090	70	0.012520	0.008450
11	0.000121	0.000098	71	0.013511	0.009351
12	0.000141	0.000108	72	0.014731	0.010392
13	0.000181	0.000123	73	0.016151	0.011532
14	0.000247	0.000146	74	0.017723	0.012752
15	0.000345	0.000171	75	0.019415	0.014044
16	0.000469	0.000211	76	0.021255	0.015474
17	0.000614	0.000252	77	0.023288	0.017104
18	0.000765	0.000299	78	0.025541	0.018975
19	0.000902	0.000343	79	0.028049	0.021130
20	0.001021	0.000377	80	0.030829	0.023602
21	0.001116	0.000413	81	0.034018	0.026479
22	0.001188	0.000442	82	0.037741	0.029846

23	0.001247	0.000469	83	0.042107	0.033627
24	0.001305	0.000498	84	0.046951	0.037544
25	0.001368	0.000529	85	0.058637	0.046834
26	0.001441	0.000560	86	0.065213	0.052031
27	0.001503	0.000598	87	0.072530	0.057932
28	0.001566	0.000636	88	0.080536	0.064640
29	0.001621	0.000680	89	0.089189	0.072295
30	0.001667	0.000729	90	0.098525	0.080584
31	0.001709	0.000775	91	0.108626	0.089539
32	0.001747	0.000815	92	0.119649	0.099246
33	0.001794	0.000851	93	0.131384	0.110017
34	0.001847	0.000879	94	0.143227	0.121202
35	0.001902	0.000908	95	0.154845	0.132409
36	0.001948	0.000938	96	0.166009	0.143434
37	0.001992	0.000975	97	0.176494	0.154053
38	0.002027	0.001014	98	0.186086	0.164044
39	0.002054	0.001044	99	0.194502	0.173202
40	0.002069	0.001066	100	0.203312	0.182824
41	0.002072	0.001088	101	0.212523	0.193015
42	0.002082	0.001120	102	0.222117	0.203732
43	0.002116	0.001159	103	0.232160	0.215096
44	0.002181	0.001212	104	0.242735	0.227027
45	0.002274	0.001285	105	0.253715	0.239690
46	0.002389	0.001365	106	0.265194	0.252961
47	0.002510	0.001455	107	0.277212	0.267080
48	0.002666	0.001556	108	0.289810	0.281795
49	0.002866	0.001685	109	0.302772	0.297303
50	0.003118	0.001840	110	0.316533	0.313570
51	0.003386	0.002005	111	0.329765	0.329100
52	0.003674	0.002178	112	0.345260	0.343689

53	0.003986	0.002365	113	0.359342	0.359956
54	0.004328	0.002567	114	0.376303	0.374371
55	0.004689	0.002788	115	0.389554	0.393255
56	0.005054	0.003014	116	0.414165	0.409882
57	0.005418	0.003243	117	0.430223	0.431973
58	0.005783	0.003470	118	0.451861	0.449539
59	0.006167	0.003693	119	0.005582	0.005437

LAMPIRAN O

Sintaks Plot Hasil Estimasi

```
      Import data
    ```{R}
obs_Male <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/LC/obs_M.txt"
,header=T)
pred_Male <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/LC/pred_M.txt"
,header=T)
    ```

    ```{R}
obs_long_m <- gather(obs_Male, key = "year", value =
"observed_rate", -Age)
pred_long_m <- gather(pred_Male, key = "year", value =
"predicted_rate", -Age)

merged_data_m <- merge(obs_long_m, pred_long_m, by =
c("Age", "year"), suffixes = c("_obs", "_pred"))

merged_data_m$year <- as.character(merged_data_m$year)
merged_data_m$year <- as.numeric(gsub("[^0-9]", "",
merged_data_m$year))
merged_data_m$year <- as.integer(merged_data_m$year)
    ```

Plot
    ```{R}
```

```

ggplot(merged_data_m, aes(x = year, y = observed_rate, color
= "Observasi")) +
 geom_line() +
 geom_line(aes(y = predicted_rate, color = "Estimasi")) +
 labs(title = "Observasi vs Estimasi Mortality Rates
(Pria)",
 x = "Year",
 y = "Mortality Rate") +
 scale_color_manual(values = c("Observasi" = "blue",
"Estimasi" = "red"),
 labels = c("Observasi", "Estimasi")) +
 theme_minimal() +
 theme(legend.position = "top") +
 facet_wrap(~Age, scales = "free_y")

```

```

'''

```

Female

```

'''{R}
obs_Female <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/LC/obs_F.txt"
,header=T)
pred_Female <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/LC/pred_F.txt"
,header=T)

```

```

'''

```

```

'''{R}
obs_long_f <- gather(obs_Female, key = "year", value =
"observed_rate", -Age)
pred_long_f <- gather(pred_Female, key = "year", value =
"predicted_rate", -Age)

```

```
merged_data_f <- merge(obs_long_f, pred_long_f, by = c("Age",
"year"), suffixes = c("_obs", "_pred"))
```

```
merged_data_f$year <- as.character(merged_data_f$year)
```

```
merged_data_f$year <- as.numeric(gsub("[^0-9]", "",
merged_data_f$year))
```

```
merged_data_f$year <- as.integer(merged_data_f$year)
```

```
````
```

Plot

```
````{R}
```

```
ggplot(merged_data_f, aes(x = year, y = observed_rate, color =
"Observasi")) +
```

```
 geom_line() +
```

```
 geom_line(aes(y = predicted_rate, color = "Estimasi")) +
```

```
 labs(title = "Observasi vs Estimasi Mortality Rates
(Wanita)",
```

```
 x = "Year",
```

```
 y = "Mortality Rate") +
```

```
 scale_color_manual(values = c("Observasi" = "blue",
"Estimasi" = "red"),
```

```
 labels = c("Observasi", "Estimasi")) +
```

```
 theme_minimal() +
```

```
 theme(legend.position = "top") +
```

```
 facet_wrap(~Age, scales = "free_y")
```

```
````
```

Projections to 2043

```
````{R}
```

```
rates_M <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/LC/rates_M.txt"
,header=T)
```

```

rates_F <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/LC/rates_F.txt"
,header=T)
```

```{R}
ages <- c(0,10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110)

ratesM_long <- as.data.frame(rates_M) %>%
 mutate(Age = ages) %>%
 pivot_longer(cols = -Age, names_to = "year", values_to
= "mortality_rate") %>%
 mutate(year = as.numeric(gsub("X", "", year))) %>%
 mutate(period = ifelse(year <= 2020, "1900-2020
(observasi)", "2021-2043 (proyeksi)")) %>%
 filter(!is.na(mortality_rate))

ratesF_long <- as.data.frame(rates_F) %>%
 mutate(Age = ages) %>%
 pivot_longer(cols = -Age, names_to = "year", values_to
= "mortality_rate") %>%
 mutate(year = as.numeric(gsub("X", "", year))) %>%
 mutate(period = ifelse(year <= 2020, "1900-2020
(observasi)", "2021-2043 (proyeksi)")) %>%
 filter(!is.na(mortality_rate))
```

```{R}
ggplot(ratesM_long, aes(x = year, y = mortality_rate, color =
period)) +

```

```

geom_line() +
facet_wrap(~ Age, scales = "free_y", ncol = 4) +
labs(title = "Estimasi Proyeksi Mortalitas (Pria)",
 x = "Year",
 y = "Mortality Rate") +
scale_color_manual(values = c("1900-2020 (observasi)" =
"blue", "2021-2043 (proyeksi)" = "red")) +
theme_minimal()+
theme(legend.position = "top")
'''

```

Female

```

```{R}
ggplot(ratesF_long, aes(x = year, y = mortality_rate, color =
period)) +
  geom_line() +
  facet_wrap(~ Age, scales = "free_y", ncol = 4) +
  labs(title = "Estimasi Proyeksi Mortalitas (Wanita)",
        x = "Year",
        y = "Mortality Rate") +
  scale_color_manual(values = c("1900-2020 (observasi)"
= "blue", "2021-2043 (proyeksi)" = "red")) +
  theme_minimal() +
  theme(legend.position = "top")
'''

```

LAMPIRAN P

Sintaks Model Lee-Carter

```
```${R}
library(ggplot2)
library(demography)
library(tidyverse)
library(StMoMo)
library(fds)
library(Metrics)
```

Menginput data life table dengan library demogdata
```${R}
r = read.delim("clipboard") #mx
s = read.delim("clipboard") #Lx
c = data.matrix(r) #mengubah dataframe ke matrix
d = data.matrix(s) #mengubah dataframe ke matrix
row.names(c) <- c(seq(from=0, to=119))
colnames(c) <- c(seq(from=2010,to=2020))
row.names(d) <- c(seq(from=0, to=119))
colnames(d) <- c(seq(from=2010,to=2020))
```

Input data female
```${R}
rFE = read.delim("clipboard") #mx
sFE = read.delim("clipboard") #Lx
```

```

cFE = data.matrix(rFE) #mengubah dataframe ke matrix
dFE = data.matrix(sFE) #mengubah dataframe ke matrix
row.names(cFE) <- c(seq(from=0, to=119))
colnames(cFE) <- c(seq(from=2010,to=2020))
row.names(dFE) <- c(seq(from=0, to=119))
colnames(dFE) <- c(seq(from=2010,to=2020))
` ``

```

Membentuk data male

```

` ``{R}
ssa_male = demogdata(data=c, pop=d, ages=c(seq(from=0,to=119))
, years=c(seq(from=2010,to=2020)),type=c("mortality"),label
=c("SSA"),name=c("total-male"),lambda=c(0))
ssa_maleStMoMo=StMoMoData(ssa_male)
` ``

```

Membentuk data female

```

` ``{R}
ssa_female = demogdata(data=cFE, pop=dFE, ages=c(seq(from=0,
to=119)), years=c(seq(from=2010,to=2020)),type=c("mortality")
,label=c("SSA"),name=c("total-female"),lambda=c(0))
ssa_femaleStMoMo=StMoMoData(ssa_female)
` ``

```

Membuat data yang diperlukan sebelum mengestimasi parameter model

```

` ``{R}
Years = c(seq(from=2010,to=2020))
Age = c(seq(from=0,to=119))
d = ssa_maleStMoMo$Dxt #death
e = ssa_maleStMoMo$Ext #exposure

```

```

m = d/e #centraldeathrate
m = log(m) #centraldeathrate yg di log
n.x = nrow(m) #umur baris
n.y = ncol(m) #tahun kolom
```



(female)



```

```{R}
Years = c(seq(from=2010,to=2020))
Age = c(seq(from=0,to=119))
dFE = ssa_femaleStMoMo$Dxt #death
eFE = ssa_femaleStMoMo$Ext #exposure
mFE = dFE/eFE #centraldeathrate
mFE = log(mFE) #centraldeathrate yg di log
n.xFE = nrow(mFE) #umur baris
n.yFE = ncol(mFE) #tahun kolom
```

Membuat data matriks m(x,t)
```{R}
m_mat = matrix(m,nrow=n.x,ncol=n.y)
```

(female)
```{R}
m_matFE = matrix(mFE,nrow=n.xFE,ncol=n.yFE)
```

Estimasi parameter ax, bx dan ks untuk Lee-Carter model
```{R}
a_hat = rowSums(m)/n.y

```


```

```

a_age = rowMeans(m_mat)
m_hat = matrix(1,nrow=n.y,ncol=n.x) #dummymatrix
tm_mat = t(m_mat)
for(i in 1:n.x) m_hat[,i]=tm_mat[,i]-a_age[i]
m_hat_age=m_hat[,1:120]
age_mod = 0:119
```

(female)
```{R}
a_hatf = rowSums(mFE)/n.yFE
a_agef = rowMeans(m_matFE)
m_hatf = matrix(1,nrow=n.yFE,ncol=n.xFE) #dummymatrix
tm_matf = t(m_matFE)
for(i in 1:n.xFE) m_hatf[,i]=tm_matf[,i]-a_agef[i]
m_hat_agef=m_hatf[,1:120]
age_modf = 0:119
```

Metode SVD
```{R}
svd_=svd(m_hat_age,1,1)
v=svd_$v
u=svd_$u
d=svd_$d
```

(female)
```{R}
svdf_=svd(m_hat_agef,1,1)
vf=svdf_$v

```

```

uf=svdf_$u
df=svdf_$d
'''

Hasil estimasi parameter
'''{R}
b=v/sum(v)
k=u*sum(v)*d[1]
'''

(female)
'''{R}
bf=vf/sum(vf)
kf=uf*sum(vf)*df[1]
'''

Membangkitkan hasil mxt Lee-Carter dan qxt dengan metode
Greville
'''{R}
for(i in 1:n.y)
 m=exp(a_age[age_mod]+(b*k[i]))
qxt = (m)/(1+m * (0.5+1/12*(m-log(1.08))))
tabel = data.frame(mxt=m, qxt=qxt)
print(tabel)
'''

(female)
'''{R}
for(i in 1:n.yFE){
 mFE=exp(a_agef[age_modf]+(bf*kf[i]))
 qxtf = (mFE)/(1+mFE * (0.5+1/12*(mFE-log(1.08))))

```

```

}
tabel = data.frame(mxt=mFE, qxt=qxtf)
print(tabel)
'''

```

Membuat tabel mortalitas Lee-Carter

```

'''{R}
qx <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/qxt.m.txt",header=T)
mx <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/mxt.m.txt",header=T)
x=Age
'''

```

(female)

```

'''{R}
qxf <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/qxt.f.txt",header=T)
mxf <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/mxt.f.txt",header=T)
x=Age
'''

```

```

'''{R}

```

```

tabel.mortalita = function(x,qx,mx){
 px=1-qx
 lx=NULL
 for(i in 2:length(x))
 lx[1]=10
 lx[i]=lx[i-1]*px[i-1]
 dx=NULL
 Lx=NULL
 Tx=NULL
 ex=NULL
 for(i in 1:length(x))

```

```

 dx[i]=lx[i]*qx[i]
 Lx[i]=dx[i]/mx[i]
 for(i in 1:length(x))
 Tx[i]=sum(Lx[i:length(x)])
 ex[i]=Tx[i]/lx[i]
 table=data.frame(usia=x,qx=qx,px=px,lx=lx,dx=dx
, mx=mx, Lx=Lx, Tx=Tx, ex=ex)
 print(table)
}
'''

Plot parameter bx
'''{R}
Age.sim = c(seq(from=0,to=119))
Year.sim = c(seq(from=2010, to=2020))
Age.1 = c(seq(from=0, to=119))
'''
'''{R}
plot(x=Age, ylim=c(0, 0.025), y=b, frame=FALSE, xaxt="n",
xlab="Usia", type="l", ylab="bx", col="blue", main="Estimasi
Parameter bx")
lines(x = Age, y = bf, col = 2, lty = 2, xlab = "Usia",
ylab = "bx")
axis(1, Age, Age.sim, col.axis="blue")
legend(70, 0.02, legend=c("Pria", "Wanita"), col=c("blue", "red")
, lty=1:2, cex=0.8, title="Line types", text.font=4, bg='white',
box.lty=2, box.lwd=2, box.col="steelblue")
'''

Plot parameter ax
'''{R}
plot(x=Age, ylim=c(-9,1), y=a_hat, frame=FALSE, xaxt="n",

```

```

xlab="Usia", type="l", ylab="ax", col="blue", main="Estimasi
Parameter ax")
lines(x=Age, y=a_hatf, col=2, lty=2, xlab="Usia", ylab="ax")
axis(1, Age, Age.sim, col.axis="blue")
legend(15, -2, legend=c("Pria", "Wanita"), col=c("blue", "red")
, lty=1:2, cex=0.8, title="Line types", text.font=4, bg='white'
, box.lty=2, box.lwd=2, box.col="steelblue")
```

Plot parameter kt
```{R}
plot(k, ylim=c(-5, 6), frame=FALSE, xaxt="n", xlab = "Tahun", type
= "l", ylab= "kt", col = "blue", main="Estimasi Parameter kt")
lines(kf, col = 2, lty = 2, xlab = "Tahun", ylab = "kt")
axis(1, 1:11, Year.sim, col.axis="blue")
legend(2.5, 0, legend=c("Pria", "Wanita"), col=c("blue", "red"),
lty=1:2, cex=0.8, title="Line types", text.font=4, bg='white'
, box.lty=2, box.lwd=2, box.col="steelblue")
```

Female
```{R}
fit_lcf = a_agef[age_modf] + (bf * kf[1]) #2010
fit_lcf1 = a_agef[age_modf] + (bf * kf[5]) #2014
fit_end = fit_end[-120,] fit_endf = a_agef[age_modf]
+ (bf * kf[11]) #2020
```

Akurasi model LC
```{R}
plot(x = Age, y = exp(tm_matf[11,]), type="l", pch = 19, xlab =

```

```

"Usia", ylab = "mxt", frame=FALSE, xaxt="n", main="Nilai Estimasi
mxt VS Data Actual mxt (Wanita)")
axis(1, Age, Age.sim, col.axis="blue")
lines(x = Age, y = exp(fit_endf), col = 2, lwd = 2, xlab =
"Usia", lty=2)
legend(5, 0.48, legend=c("Obs: 2020", "LC:2020"), col=c("black",
"blue"), lty=1:2, cex=0.8, title="Line types", text.font=4,
bg='white', box.lty=2, box.lwd=2, box.col="steelblue")

'''

Male
```{R}
fit_end = a_age[age_mod] + (b * k[11]) #2020
'''

Akurasi model LC
```{R}
plot(x = Age, y = exp(tm_mat[11,]), type="l", pch = 19, xlab
= "Usia", ylab = "mxt", frame=FALSE, xaxt="n", main="Nilai
Estimasi mxt VS Data Actual mxt (Pria)")
axis(1, Age, Age.sim, col.axis="blue")
lines(x = Age, y = exp(fit_end), col = 2, lwd = 2, xlab
= "Usia", lty=2)
legend(5, 0.48, legend=c("Obs: 2020", "LC:2020"), col=c("black",
"blue"), lty=1:2, cex=0.8, title="Line types", text.font=4,
bg='white', box.lty=2, box.lwd=2, box.col="steelblue")

'''

```

## LAMPIRAN Q

### Sintaks Model Regresi Beta

Data

```
''{R}
data2020M <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/Analysis PStar/data2020M.txt", header=T)
data2020F <- read.table("~/Wendy Thesis/Working/Analysis PStar/data2020F.txt", header=T)
'''
```

Fit beta regression model

```
''{R}
modelBM_m <- betareg(Pstar_M ~ I_M, data = data2020M)
summary(modelBM_m)
'''
```

Female

```
''{R}
modelBM_f <- betareg(Pstar_F ~ I_F, data = data2020F)
summary(modelBM_f)
'''
```