OPTIMASI PORTOFOLIO PERUSAHAAN ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN *MEAN ABSOLUTE DEVIATION* DENGAN *GENERALIZED WIENER PROCESS*

HILMAN YUSUPI DWI PUTRA

PROGRAM STUDI MATEMATIKA TERAPAN
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024

PERNYATAAN MENGENAI TESIS DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa tesis dengan judul "Optimasi Portofolio Perusahaan Asuransi Jiwa menggunakan *Mean Absolute Deviation* dengan *Generalized Wiener Process*" adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir tesis ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, September 2024

Hilman Yusupi Dwi Putra
G5501231024

RINGKASAN

HILMAN YUSUPI DWI PUTRA. Optimasi Portofolio Perusahaan Asuransi Jiwa menggunakan *Mean Absolute Deviation* dengan *Generalized Wiener Process*. Dibimbing oleh BIB PARUHUM SILALAHI dan RETNO BUDIARTI.

Pendapatan perusahaan asuransi jiwa dapat dibagi menjadi beberapa kategori, termasuk penerimaan premi sebagai sumber utama pendapatan, hasil investasi yang diperoleh dari kegiatan investasi, klaim reasuransi, dan pemasukan lainnya. Otoritas Jasa Keuangan (OJK) selaku lembaga penyelenggara sistem peraturan dan pengawasan seluruh kegiatan di sektor jasa keuangan mengeluarkan Peraturan Otoritas Jasa Keuangan Republik Indonesia Nomor 5 Tahun 2023. POJK ini menetapkan jumlah dana yang dapat diinvestasikan oleh perusahaan asuransi jiwa serta jenis-jenis instrumen investasi yang diperbolehkan, beserta batasannya. Sehingga, manajer investasi perusahaan asuransi jiwa perlu menyesuaikan portofolio investasinya, terutama portofolio investasi saham.

Masalah optimasi portofolio ini adalah masalah penting bagi manajer investasi dalam manajemen risiko di keuangan yang bertujuan untuk menemukan alokasi optimal di antara beberapa aset. Pada tahun 1952 Harry Markowitz mengusulkan pendekatan untuk masalah pemilihan portofolio dengan model *mean-variance* (MV) berdasarkan dua asumsi yaitu, harga historis mencerminkan harga di masa depan, dan ada korelasi antara sekuritas. Namun, Model optimasi portofolio Markowitz belum digunakan secara ekstensif untuk membangun portofolio berskala besar. Pada tahun 1991, Konno dan Yamazaki mengenalkan model *Mean Absolute Deviation* (MAD) sebagai alternatif dari model *mean variance*. Model ini memiliki pendekatan linear, yang menghilangkan sebagian besar kesulitan yang terkait dengan model *mean variance*, sehingga model ini lebih efektif untuk menyelesaikan masalah optimasi portofolio untuk dimensi tinggi.

Masalah lain dalam pembentukan portofolio saham adalah pasar keuangan yang terus berubah menuntut pengembangan model untuk memahami dan meramalkan perilaku harga saham. Salah satu metode yang telah digunakan secara luas untuk memodelkan pergerakan harga saham adalah *Generalized Wiener Process* atau yang dikenal juga sebagai Proses Wiener diperumum. Proses Wiener memberikan kerangka kerja yang dapat mengakomodasi sifat stokastik dari perubahan harga saham, sehingga memungkinkan pengelola portofolio untuk lebih sensitif terhadap fluktuasi pasar yang tidak dapat diantisipasi.

Penelitian ini berfokus pada optimasi portofolio investasi saham perusahaan asuransi jiwa, yang dipengaruhi oleh regulasi OJK dan dinamika pasar keuangan. Dalam upaya untuk memaksimalkan *return* dan meminimalkan risiko, model optimasi portofolio yang digunakan adalah model *Mean Absolute Deviation* (MAD) dari Konno dan Yamazaki. Dengan karakteristik MAD yang lebih sederhana dan linier, model ini lebih cocok untuk portofolio berskala besar. Selain itu, model *Generalized Wiener Process* digunakan untuk memprediksi pergerakan harga saham dengan lebih baik, memungkinkan pengelola portofolio untuk lebih adaptif terhadap perubahan pasar yang tidak dapat diprediksi. Keseluruhan pendekatan ini, memberikan solusi yang optimal bagi perusahaan asuransi jiwa dalam mengelola portofolio investasinya dengan mempertimbangkan risiko dan batasan yang ditetapkan oleh regulasi.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan solusi yang komprehensif dalam optimasi portofolio saham bagi perusahaan asuransi jiwa. Pertama, penelitian ini berfokus pada penyusunan model harga saham menggunakan *Generalized Wiener Process* yang memungkinkan pemodelan pergerakan harga saham dengan mempertimbangkan sifat stokastik dan volatilitas pasar. Kedua, penelitian ini menyusun dan menyelesaikan masalah optimasi portofolio saham menggunakan model MAD dan Semi-MAD, yang lebih efisien untuk portofolio berskala besar. Penambahan kendala seperti *buy-in threshold* dan *cardinality* bertujuan untuk memastikan hasil optimasi lebih realistis dan sesuai dengan kebutuhan perusahaan asuransi jiwa.

Model perubahan harga saham menggunakan *Generalized Wiener Process* sangat baik dalam memprediksi perubahan harga saham. Model MAD untuk masalah optimasi portofolio bergantung pada jumlah saham yang digunakan, semakin banyak saham yang digunakan maka dimensi masalah optimasi menjadi semakin besar. Selain itu, semakin besar nilai K yang digunakan maka semakin kecil risiko portofolio, dan semakin besar nilai r yang digunakan semakin besar risiko portofolio yang diperoleh. Masalah optimasi portofolio dengan dimensi yang besar dapat diselesaikan menggunakan *linear programming* untuk memperoleh portofolio saham yang optimal bagi perusahaan asuransi jiwa.

Kata kunci: Asuransi, MAD, Portofolio Saham, Proses Wiener diperumum

SUMMARY

HILMAN YUSUPI DWI PUTRA. Portfolio Optimization of Life Insurance Companies using Mean Absolute Deviation with Generalized Wiener Processes. Supervised by BIB PARUHUM SILALAHI dan RETNO BUDIARTI.

Life insurance company income can be divided into several categories, including premium income as the primary source of income, investment returns obtained from investment activities, reinsurance claims, and other income. The Financial Services Authority (OJK), as the institution that organizes the regulatory system and supervises all activities in the financial services sector, issued Regulation of the Financial Services Authority of the Republic of Indonesia Number 5 of 2023. This POJK stipulates the amount of funds that life insurance companies can invest, the types of investment instruments allowed, and their limits. Thus, investment managers of life insurance companies need to adjust their investment portfolios, especially equity investment portfolios.

This portfolio optimization problem is an essential problem for investment managers in risk management in finance, and it aims to find the optimal allocation among several assets. In 1952, Harry Markowitz proposed an approach to the portfolio selection problem with a mean-variance (MV) model based on two assumptions, namely, historical prices reflect future prices, and there is a correlation between securities. However, the Markowitz portfolio optimization model has yet to be used extensively to construct large-scale portfolios. In 1991, Konno and Yamazaki introduced the Mean Absolute Deviation (MAD) model as an alternative to the mean-variance model. This model has a linear approximation, which eliminates most of the difficulties associated with the mean-variance model, making it more effective for solving high-dimensional portfolio optimization problems.

Another problem in stock portfolio formation is that the ever-changing financial markets demand the development of models to understand and forecast stock price behavior. One method widely used to model stock price movements is the Generalized Wiener Process, also known as the Wiener Process. Wiener processes provide a framework that can accommodate the stochastic nature of stock price changes, thus making portfolio managers more sensitive to unanticipated market fluctuations.

This research project is concerned with the optimization of investment portfolios comprising life insurance company stocks, which are subject to the influence of regulations set forth by the OJK (Otoritas Jasa Keuangan) and the dynamics of the financial market. In order to maximize return and minimize risk, the portfolio optimization model employed is the Mean Absolute Deviation (MAD) model of Konno and Yamazaki. The linear characteristics of the MAD model make it particularly well-suited to large-scale portfolios. Furthermore, the Generalized Wiener Process model is employed to more accurately predict stock price movements, thereby enabling portfolio managers to be more responsive to market fluctuations. This comprehensive approach, supported by linear programming, offers a more optimal solution for life insurance companies in managing their investment portfolios, taking into account the risks and constraints imposed by regulations.

The objective of this research is to develop a comprehensive solution to stock portfolio optimization for life insurance companies. Firstly, this research employs the Generalized Wiener Process to model stock prices, thereby enabling the representation of stock price movements in consideration of the stochastic nature and volatility of the market. Secondly, this research develops and solves the stock portfolio optimization problem using the MAD and Semi-MAD models, which are more efficient for large-scale portfolios. The incorporation of constraints, such as buy-in thresholds and cardinality, is intended to guarantee that the optimization outcomes are more realistic and aligned with the requirements of life insurance companies.

The stock price change model based on the Generalized Wiener Process is highly effective at forecasting stock price movements. The MAD model for the portfolio optimization problem is contingent upon the number of stocks utilized. Consequently, an increase in the number of stocks employed will result in a corresponding increase in the optimization problem's dimensionality. Furthermore, the value of K employed exerts a direct influence on the portfolio's risk, with a higher value leading to a reduction in risk and a lower value resulting in an elevated risk profile. Conversely, the value of r employed exerts an inverse influence on the portfolio's risk, with a higher value leading to an elevated risk profile and a lower value resulting in a reduction in risk. Portfolio optimization problems with considerable dimensionality can be effectively addressed through the application of linear programming, thereby facilitating the identification of the optimal stock portfolio for life insurance companies.

Keywords: Generalized Wiener Process, Insurance, MAD, Stock Portfolio

OPTIMASI PORTOFOLIO PERUSAHAAN ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN *MEAN ABSOLUTE DEVIATION* DENGAN *GENERALIZED WIENER PROCESS*

HILMAN YUSUPI DWI PUTRA

Tesis
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Magister Matematika pada
Program Studi Matematika Terapan

PROGRAM STUDI MATEMATIKA TERAPAN
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024

Tim Penguji pada Ujian Tesis:

1. Dr. Ir. I Gusti Putu Purnaba, DEA
2. Prof. Dr. Ir. I Wayan Mangku M.Sc.

Judul Tesis : Optimasi Portofolio Perusahaan Asuransi Jiwa menggunakan *Mean Absolute Deviation* dengan *Generalized Wiener Process*
Nama : Hilman Yusupi Dwi Putra
NIM : G5501231024

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Ir. Bib Paruhum Silalahi M.Kom.

Pembimbing 2:
Dr. Ir. Retno Budiarti M.S.

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.
NIP 19651102 199302 1 001

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam:
Dr. Berry Juliandi, S.Si., M.Si.
NIP 19780723 200701 1 001

Tanggal Ujian:
(13 September 2024)

Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *Subhanaahu Wa Ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini dengan judul **"**Optimasi Portofolio Perusahaan Asuransi Jiwa menggunakan *Mean Absolute Deviation* dengan *Generalized Wiener Process***"** berhasil diselesaikan. Shalawat dan salam senantiasa penulis hanturkan kepada Nabi Muhammad *Shallallahu Alaihi Wassalam*, seorang rasul akhir zaman yang menuntun ke jalan lurus dan penyeru kepada agama yang benar.

Terima kasih penulis ucapkan kepada seluruh pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan karya ilmiah ini, khususnya

1. Bapak Prof. Dr. Ir. Bib Paruhum Silalahi M.Kom. dan Ibu Dr. Ir. Retno Budiarti, M.S. selaku komisi pembimbing, yang telah memberikan ilmu, arahan, motivasi, hingga waktu dalam menyelesaikan karya ilmiah ini,
2. Bapak Prof. Dr. Ir. I Wayan Mangku, M.Sc selaku pembahas dalam seminar kolokium.
3. Bapak Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku moderator seminar kolokium dan Dr. Bagus Sartono S.Si., M.Si. selaku dosen seminar hasil,
4. Ayahanda dan Ibunda tercinta Bapak Yusup Anep dan Ibu Heni N Henriyani, selalu memberikan kasih sayang, doa, dan dukungan baik dari segi materi, moral maupun spiritual,
5. Seluruh staf pengajar dan akademik Departemen Matematika IPB yang telah membantu penulis selama menempuh pendidikan di IPB,
6. Rizkian Agung Jamaesa, S.Pd., Azhar Janjang Darmawan, S.Si., dan M. Putra Sani Hattamurrahman, S.Mat. selaku teman diskusi dan seperjuangan,
7. Teman-teman Program Studi S2 Matematika Terapan angkatan 59 yang selalu berjuang bersama menghadapi perkuliahan,
8. Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) yang telah memberikan pendanaan melalui Beasiswa Harry Diah AAJI (BHD AAJI).
9. Semua pihak lain yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah membantu penulisan karya ilmiah ini.

Semoga Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* melimpahkan rahmat, taufik, dan hidayah serta inayah-Nya kepada kita semua, Amiin.

Semoga karya ilmiah ini dapat bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan khusunya dalam bidang matematika, stastistika dan terapannya.

Bogor, September 2024

Hilman Yusupi Dwi Putra

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pendapatan perusahaan asuransi jiwa dapat dibagi menjadi beberapa kategori, termasuk penerimaan premi sebagai sumber utama pendapatan, hasil investasi yang diperoleh dari kegiatan investasi, klaim reasuransi, dan pemasukan lainnya. Khususnya dalam hal pemasukan dari hasil investasi, pemerintah telah mengeluarkan Peraturan Menteri Keuangan Nomor 53 Tahun 2012 Tentang Kesehatan Keuangan Perusahaan Asuransi dan Perusahaan Reasuransi. Tujuan dikeluarkannya Peraturan ini adalah untuk mencegah perusahaan asuransi jiwa agar tidak melakukan investasi secara agresif yang mungkin bertentangan dengan karakteristik perusahaan asuransi jiwa.

Otoritas Jasa Keuangan (OJK) selaku lembaga penyelenggara sistem peraturan dan pengawasan seluruh kegiatan di sektor jasa keuangan mengeluarkan Peraturan Otoritas Jasa Keuangan Republik Indonesia Nomor 5 Tahun 2023. POJK ini menetapkan jumlah dana yang dapat diinvestasikan oleh perusahaan asuransi jiwa serta jenis-jenis instrumen investasi yang diperbolehkan, beserta batasannya. Pasal 11 ayat 1d menjelaskan tentang batasan aset yang diperkenankan dalam bentuk investasi berupa saham yang tercatat di bursa efek untuk setiap emiten paling tinggi 10% dari jumlah investasi dan seluruhnya paling tinggi 40% dari jumlah investasi. Sehingga, manajer investasi perusahaan asuransi jiwa perlu menyesuaikan portofolio investasinya, terutama portofolio investasi saham.

Manajer investasi mengharapkan agar dapat memaksimalkan keuntungan yang akan diperoleh dan meminimalkan risiko dalam suatu investasi saham di pasar modal (Li *et al.* 2019; Nisa *et al.* 2023). Manajer investasi membentuk portofolio saham, yakni dengan melakukan investasi pada lebih dari satu saham dengan tujuan untuk mengurangi risiko kerugian (Zhao *et al.* 2021). Jika satu saham mendapat kerugian, maka kerugian tersebut masih dapat ditutupi dengan keuntungan yang akan diperoleh dari saham yang lainnya. Optimasi portofolio merupakan suatu upaya yang dilakukan oleh manajer investasi untuk mendapatkan keuntungan (*return*) semaksimal mungkin dengan tingkat risiko seminimal mungkin. Namun pada kenyataannya keinginan untuk mendapatkan *return* yang tinggi pasti diiringi dengan risiko yang tinggi pula (Purba *et al.* 2014). Oleh karena itu salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan mengombinasikan berbagai pilihan aset atau saham ke dalam sebuah portofolio.

Masalah optimasi portofolio ini adalah masalah penting bagi manajer investasi (Banihashemi dan Navidi 2017) dalam manajemen risiko di keuangan yang bertujuan untuk menemukan alokasi optimal di antara beberapa aset (Deng *et al*. 2012; Aksaraylı dan Pala 2018). Secara umum, manajer investasi memiliki berbagai kemungkinan untuk komposisi portofolionya, dan masalahnya adalah memilih komposisi yang memaksimalkan hasil investasi dan meminimalkan risiko (Liu 2011). Solusi optimasi ini bergantung pada bagaimana fungsi biaya dibangun dan batasan-batasan yang diberikan pada masalah tersebut. Manajer investasi perlu melakukan diversifikasi dalam berinvestasi untuk mengurangi risiko investasi (Mendonça *et al.* 2020). Diversifikasi investasi akan memberikan manfaat optimum apabila antar saham dalam satu portfolio berkorelasi negatif (Sartono dan Setiawan 2009).

Pada tahun 1952 Harry Markowitz mengusulkan pendekatan untuk masalah pemilihan portofolio dengan model *mean-variance* (MV) berdasarkan dua asumsi yaitu, harga historis mencerminkan harga di masa depan, dan ada korelasi antara sekuritas (Kalayci *et al.* 2020). Model ini didasarkan atas pendekatan *mean* atau rata-rata untuk menghitung *return* dan menggunakan *variance* untuk mengukur risiko dari suatu portofolio (Huang dan Yang 2020; Li dan Zhang 2021). Masalah pemilihan portofolio tipe Markowitz adalah meminimalkan ukuran deviasi dari portofolio yang dibatasi oleh kendala komposisi portofolio dan *return* yang diinginkan (Grechuk dan Zabarankin 2014; Lv *et al*. 2016). Model Markowitz ini dapat diselesaikan dengan menggunakan teknik pemrograman kuadratik (Li *et al.* 2016). Model optimasi portofolio Markowitz belum digunakan secara ekstensif untuk membangun portofolio berskala besar (Anugrahayu dan Azmi 2023). Salah satu alasannya adalah kesulitan komputasi yang terkait dengan pemecahan masalah pemrograman kuadratik skala besar dengan matriks kovarian yang padat (Qin *et al*. 2016) sehingga tidak efektif untuk menyelesaikan model portofolio yang kompleks (Erwin dan Engelbrecht 2023).

Pada tahun 1991, Konno dan Yamazaki mengenalkan model *Mean Absolute Deviation* (MAD) sebagai alternatif dari model *mean variance* (Konno dan Yamazaki 1991; Zhang dan Zhang 2014; Hosseini-Nodeh *et al.* 2023). Model ini memiliki pendekatan linear, yang menghilangkan sebagian besar kesulitan yang terkait dengan model *mean variance* (Qin 2017), sehingga model ini dapat diselesaikan menggunakan program linear (Vanti dan Supandi 2020) dan efektif untuk menyelesaikan masalah optimasi portofolio untuk dimensi tinggi.

Masalah lain dalam pembentukan portofolio saham adalah pasar keuangan yang terus berubah menuntut pengembangan model untuk memahami dan meramalkan perilaku harga saham. Nilai harga saham terus berubah sepanjang waktu dan secara tidak pasti arah perubahnnya. Variabel yang nilainya berubah dari waktu ke waktu dengan cara yang tidak pasti dikatakan mengikuti proses stokastik. Proses stokastik dapat diklasifikasikan sebagai waktu diskrit atau waktu kontinu. Harga saham mengikuti proses variabel kontinu dan waktu kontinu. Harga saham dibatasi pada nilai diskrit dan perubahannya hanya dapat diamati saat bursa dibuka untuk perdagangan (Hull 2015).

Salah satu metode yang telah digunakan secara luas untuk memodelkan pergerakan harga saham adalah *Generalized Wiener Process* atau yang dikenal juga sebagai Proses Wiener diperumum. Proses Wiener memberikan kerangka kerja yang dapat mengakomodasi sifat stokastik dari perubahan harga saham, sehingga memungkinkan pengelola portofolio untuk lebih sensitif terhadap fluktuasi pasar yang tidak dapat diantisipasi. Mengintegrasikan model ini ke dalam proses pengambilan keputusan investasi, diharapkan dapat ditemukan solusi portofolio yang optimal bagi perusahaan asuransi jiwa, yang tidak hanya memaksimalkan *return* tetapi juga mengendalikan risiko dengan efektif.

Dalam penelitian ini, peneliti tertarik untuk mengetahui langkah-langkah metodologi yang mencakup analisis dan *Generalized Wiener Process* sebagai dasar untuk model harga saham, identifikasi faktor-faktor risiko yang relevan dengan karakteristik perusahaan asuransi jiwa, dan formulasi pembentukan portofolio optimal dengan menggunakan model *Mean Absolute Deviation* (MAD) dan *Semi Mean Absolute Deviation* (Semi-MAD) dengan tambahan kendalan *buy-in threshold* dan *cardinality* dalam pembentukan portofolio. Kendala *buy-in threshold* bertujuan untuk menghindari proporsi saham yeng terlalu kecil atau terlalu besar. Hal ini bertujuan untuk memenuhi batasan proporsi saham yang telah ditetapkan dalam POJK No 5 Tahun 2023. Sedangkan kendala *cardinality* bertujuan membatasi jumlah aset dalam portofolio optimal (Le Thi dan Moeini 2014).

Dengan mempelajari lebih lanjut dalam penggunaan model harga saham dan mengintegrasikan metode optimasi yang lebih baik, penelitian ini diharapkan dapat membantu seorang manajer investasi dalam praktik pengelolaan portofolio yang lebih responsif dan efisien untuk perusahaan asuransi jiwa, memberikan manfaat baik bagi industri itu sendiri maupun para pemegang polis yang bergantung pada stabilitas dan keberlanjutan perusahaan asuransi jiwa.

1.2 Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Menyusun model harga saham dengan menggunakan *Generalized Wiener Process*.
2. Menyusun dan menyelesaikan model portofolio saham untuk perusahaan asuransi jiwa menggunakan model MAD dan Semi-MAD dengan tambahan kendala *buy-in threshold* dan *cardinality*.
3. Menyusun rekomendasi portofolio saham untuk manajer investasi perusahaan asuransi jiwa.

1.3 Kebaruan

Penelitian ini mengkaji pentingnya mengelola portofolio investasi perusahaan asuransi jiwa, yang memenuhi ketentuan yang ditetapkan dalam POJK Nomor 5 Tahun 2023. Sehubungan dengan peraturan ini, sangat penting untuk menyesuaikan portofolio saham, dengan menambahkan kendala *buy-in threshold* dan *cardinality* dalam pembentukan portofolio. Model *mean variance* (MV) dari Markowitz kurang efisien untuk portofolio yang besar, sehingga Konno dan Yamazaki memperkenalkan model *Mean Absolute Deviation* (MAD) yang lebih efektif untuk optimasi berdimensi tinggi. Selanjutnya, *Generalized Wiener Process* digunakan untuk memodelkan fluktuasi stokastik pasar saham, dengan menggabungkan proses MAD dan proses Wiener, manajer investasi dapat membangun portofolio saham yang optimal melalui pemrograman linier.

II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Proses Stokastik

Proses stokastik berhubungan dengan dinamika teori probabilitas (Ibe 2013). Misalkan t adalah sebuah parameter yang mengasumsikan nilai dalam himpunan T, dan misalkan $X(t)$ mewakili sebuah variabel acak atau stokastik untuk setiap $t \in T$. Himpunan atau kumpulan variabel acak $\{X(t), t \in T\}$ disebut proses stokastik. Parameter atau indeks t secara umum diartikan sebagai waktu dan variabel acak $X(t)$ sebagai keadaan proses pada waktu t (Medhi 2003). Jadi, Proses stokastik $X = \{X(t), t \in T\}$ adalah suatu himpunan dari peubah acak yang memetakkan suatu ruang contoh Ω ke suatu ruang *state* S (Ross 2003).

2.2 Proses Markov

Sebuah proses stokastik $\{X_t, t \geq 0\}$ dengan ruang keadaan $\Omega = \{1,2,\ldots,N\}$, dengan variabel acak $X(t)$ merepresentasikan keadaan sistem pada waktu t. Proses stokastik $\{X(t), t \geq 0\}$ disebut rantai Markov waktu kontinu yang homogen (CTMC) jika memenuhi sifat Markov yaitu, sejarah masa lalu dari proses sepenuhnya dirangkum oleh keadaan proses saat ini. Oleh karena itu, untuk setiap $t_0 < t_1 < \cdots < t_n < t$,

$$P[X(t) \leq x | X(t_n) = x_n, \ldots, X(t_0) = x_0] = P[X(t) \leq x | X(t_n) = x_n]$$

(Trivedi *et al*. 2015).

2.3 Proses Wiener

Perubahan rata-rata per satuan waktu untuk proses stokastik dikenal sebagai *drift rate* dan perubahan ragam per satuan waktu dikenal sebagai volatilitas. Proses Wiener merupakan salah satu proses Markov dengan perubahan rata-rata nol dan volatilitas satu. Sebuah variabel z mengikuti proses Wiener jika memiliki dua sifat berikut,

Sifat 1. Perubahan Δz selama jangka waktu terkecil Δt adalah

$$\Delta z = \epsilon\sqrt{\Delta t}$$

dengan ϵ memiliki sebaran normal baku $\phi(0,1)$.

Sifat 2. Perubahan Δz untuk dua interval waktu yang berbeda saling bebas.

Hal ini mengikuti dari sifat pertama bahwa z itu sendiri memiliki distribusi normal dengan

$$\text{Rata-rata } \Delta z = 0,$$

$$\text{Standar deviasi } \Delta z = \sqrt{\Delta t},$$

$$\text{Varian } \Delta z = \Delta t.$$

Sifat kedua mengimplikasikan bahwa z mengikuti proses Markov (Hull 2015).

2.4 *Generalized Wiener Process*

Proses Wiener dasar, dz, yang telah dikembangkan memiliki *drift rate* nol dan volatilitas 1. *Drift rate* nol berarti bahwa nilai harapan dari z pada waktu yang akan datang sama dengan nilai saat ini. Volatilitas 1 berarti varians dari perubahan

z dalam interval waktu T bernilai T. *Generalized Wiener Process* untuk sebuah variabel x dapat didefinisikan dalam istilah dz sebagai

$$dx = a\,dt + b\,dz \tag{2.1}$$

dengan,
dx = perubahan variabel acak x,
a = konstanta *drift rate*,
dt = perubahan waktu,
b = konstanta *volatilitas*,
dz = proses Wiener $\phi(0,1)$.

Generalized Wiener process diberikan dalam persamaan (2.1) memiliki *drift rate* a dan volatilitas b^2 (Hull 2015).

2.5 Proses Ito

Proses Itô adalah *generalized Wiener process* dengan parameter a dan b merupakan fungsi dari variabel x dan waktu t. Sebuah Proses Itô dapat ditulis secara aljabar sebagai

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$$

drift rate dan *volatilitas* dari Proses Itô memungkinkan perubahan dari waktu ke waktu. Dalam jangka waktu pendek antara t dan $t + \Delta t$, perubahan variabel dari x ke $x + \Delta x$, dengan

$$\Delta x = a(x,t)\Delta t + b(x,t)\ \epsilon\sqrt{\Delta t}.$$

Persamaan ini mengasumsikan bahwa *drift* dan volatilitas dari x konstan, selama interval waktu antara t dan $t + \Delta t$ (Hull 2015).

2.6 Proses untuk Harga Saham

Harga saham direpresentasikan oleh variabel S. Jika S adalah harga saham pada waktu t, maka *drift rate* pada S diasumsikan sebagai μS, dengan parameter μ konstan. Parameter μ adalah *return* saham. Hal ini berarti bahwa dalam interval waktu yang singkat Δt, peningkatan yang diharapkan dalam S adalah $\mu S\ \Delta t$. Jika volatilitas harga saham selalu nol, maka model ini menyiratkan bahwa

$$\Delta S = \mu S\ \Delta t$$

dengan limit, $\Delta t \to 0$

$$dS = \mu S\ dt$$

$$\frac{dS}{S} = \mu\ dt$$

dengan pengintegralan antara waktu 0 dan waktu T, dapat diperoleh

$$S_T = S_0 e^{\mu T}.$$

Diketahui S_0 dan S_T adalah harga saham pada waktu 0 dan waktu T. Persamaan menunjukkan bahwa, ketika *volatilitas* adalah nol, harga saham tumbuh pada tingkat kontinu majemuk μ per unit waktu.

Dalam prakteknya, harga saham tidak memperlihatkan volatilitas. Asumsi yang masuk akal adalah bahwa dalam waktu singkat Δt, nilai *return* sama tanpa mempedulikan harga saham. Dengan kata lain, seorang investor tidak dapat memastikan persentase *return* ketika harga saham adalah \$50 maupun pada saat harga saham \$10. Hal ini menunjukkan bahwa volatilitas dari perubahan dalam waktu singkat Δt harus proporsional terhadap harga saham dan mengarah ke model

$$dS = \mu S\, dt + \sigma S\, dz,$$
$$\frac{dS}{S} = \mu\, dt + \sigma dz. \tag{2.2}$$

Persamaan (2.2) adalah model yang paling banyak digunakan menentukan perilaku harga saham. Variabel σ adalah volatilitas dari harga saham. Variabel μ adalah *return* saham (Hull 2015).

2.7 *Mean Absolute Percentage Error*

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah ukuran yang umum digunakan untuk menilai akurasi dari nilai ramalan suatu model, dan terkadang disebut sebagai *Absolute Percentage Error* (APE) ketika hanya mempertimbangkan kinerja relatif dari satu perkiraan (McKenzie 2011). Misalkan A_t dan F_t masing-masing menyatakan nilai aktual dan nilai prediksi pada titik t. MAPE dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$MAPE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left|\frac{A_t - F_t}{A_t}\right|$$

dengan N adalah banyak titik data (Kim dan Kim 2016).

MAPE umumnya digunakan karena interpretasinya dalam hal kesalahan relatif. Ukuran ini sangat relevan di bidang keuangan, di mana keuntungan dan kerugian sering kali diukur dalam nilai relatif. Ukuran ini juga berguna untuk mengkalibrasi harga produk, karena pelanggan mungkin lebih sensitif terhadap variasi relatif daripada variasi absolut (Myttenaere *et al.* 2016).

2.8 Portofolio Markowitz

Markowitz (1952) memperkenalkan salah satu masalah paling penting di bidang keuangan, optimasi portofolio. Investor harus menginginkan *return* yang lebih tinggi dan juga menghindari risiko, sehingga menciptakan masalah optimasi multi-objektif: memaksimalkan *return* dan meminimalkan varian (Ramos *et al.* 2023).

Misalkan R_i merupakan peubah acak yang merepresentasikan *return* dari saham $S_i, i = 1, 2, \dots, n$. Misalkan juga x_i merupakan proporsi saham yang dinvestasikan untuk saham S_i. *Return* untuk portofolio yang dibentuk diberikan oleh,

$$r(x_1, x_2, \dots, x_n) = E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i x_i\right] = \sum_{i=1}^{n} E[R_i] x_i.$$

Selanjutnya, Markowitz menggunakan standar deviasi sebagai ukuran risiko

$$v(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{E\left[\left\{\sum_{i=1}^{n} R_i x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i x_i\right]\right\}^2\right]}.$$

Model lengkap Markowitz dapat ditulis sebagai,

$$\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j,$$

kendala

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq R_0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, n,$$

dengan $r_i = E[R_i]$, $\sigma_{ij} = E\left[(R_i - r_i)\left(R_j - r_j\right)\right]$, dan R_0 adalah *return* portofolio yang ditetapkan investor (Ehrgott *et al.* 2004).

2.9 Model *Mean Absolute Deviation*

Konno dan Yamazaki (1991) mengusulkan model optimasi portofolio dengan metode *Mean Absolute Deviation* (MAD) sebagai alternatif untuk model *Mean Variance* (Ma *et al.* 2023). *Mean Absolute Deviation* (MAD) merupakan ukuran statistik yang menunjukkan seberapa besar penyimpangan atau deviasi data terhadap nilai rata-rata. MAD mengukur rata-rata dari nilai absolut deviasi atau perbedaan setiap data terhadap nilai rata-rata data tersebut. Model Konno dan Yamazaki menggunakan nilai MAD sebagai ukuran risiko portofolio. Fungsi objektif model ini adalah meminimalkan nilai MAD. Model lengkap Konno dan Yamazaki ditulis sebagai,

$$\min m(x) = E\left[\left|\sum_{i=1}^{n} R_i x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i x_i\right]\right|\right],$$

kendala

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i = r_0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, \qquad i = 1, 2, \dots, n.$$

2.10 Model *Semi Mean Absolut Deviation*

Pada tahun 1993 Speranza mengembangkan model yang terinspirasi dari model MAD yang dibuat oleh Konno dan Yamazaki. Speranza menunjukkan bahwa dengan mengambil fungsi risiko sebagai kombinasi linear dari rata-rata deviasi semi-absolut, yaitu rata-rata deviasi di bawah portofolio, sebuah model yang ekuivalen dengan model deviasi absolut rata-rata. Selain itu, Speranza menunjukkan bahwa secara substansial model ini dapat mengurangi jumlah kendala hingga setengahnya dibandingkan dengan model deviasi absolut rata-rata. Sehingga, model optimasi portofolio dengan ukuran risiko *Semi Mean Absolute Deviation* telah umum digunakan untuk menyusun portofolio optimal karena kemudahan dalam menyelesaikan model pemrograman linier yang sesuai (Sehgal dan Jagadesh 2023). Model lengkap Speranza ditulis sebagai

$$\min \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{2T}\left(\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i\right| + \sum_{i=1}^{n}(r_i - r_{it})x_i\right),$$

kendala

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i = r_0 ,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, \qquad i = 1, 2, \dots, n.$$

2.11 Kendala *Buy-in Threshold*

Pada model Markowitz sudah diberikan kendala tambahan untuk proporsi saham ke-i, $x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$, untuk menghindari terjadinya *short selling*. Namun dalam hal ini bisa saja terjadi nilai x_i yang diperoleh terlalu kecil. Hal ini dihindari oleh seorang investor karena saat investor berinvestasi pada suatu saham tertentu, investor tidak hanya mengeluarkan dana untuk membeli saham saja melainkan juga ada biaya transaksi yang harus dibayar. Sedangkan untuk saham dengan proporsi terlalu kecil akan berakibat *return* dari saham tersebut tidaklah terlalu tinggi. Sehingga akhirnya bisa jadi investor bukannya mendapat keuntungan melainkan mengalami kerugian terhadap saham tersebut. Hal ini tentu saja tidak menarik bagi investor. Oleh karena itu diberikan suatu batasan untuk proporsi agar proporsi yang didapat tidak terlalu kecil. Kendala seperti ini disebut kendala *Buy-in Threshold*.

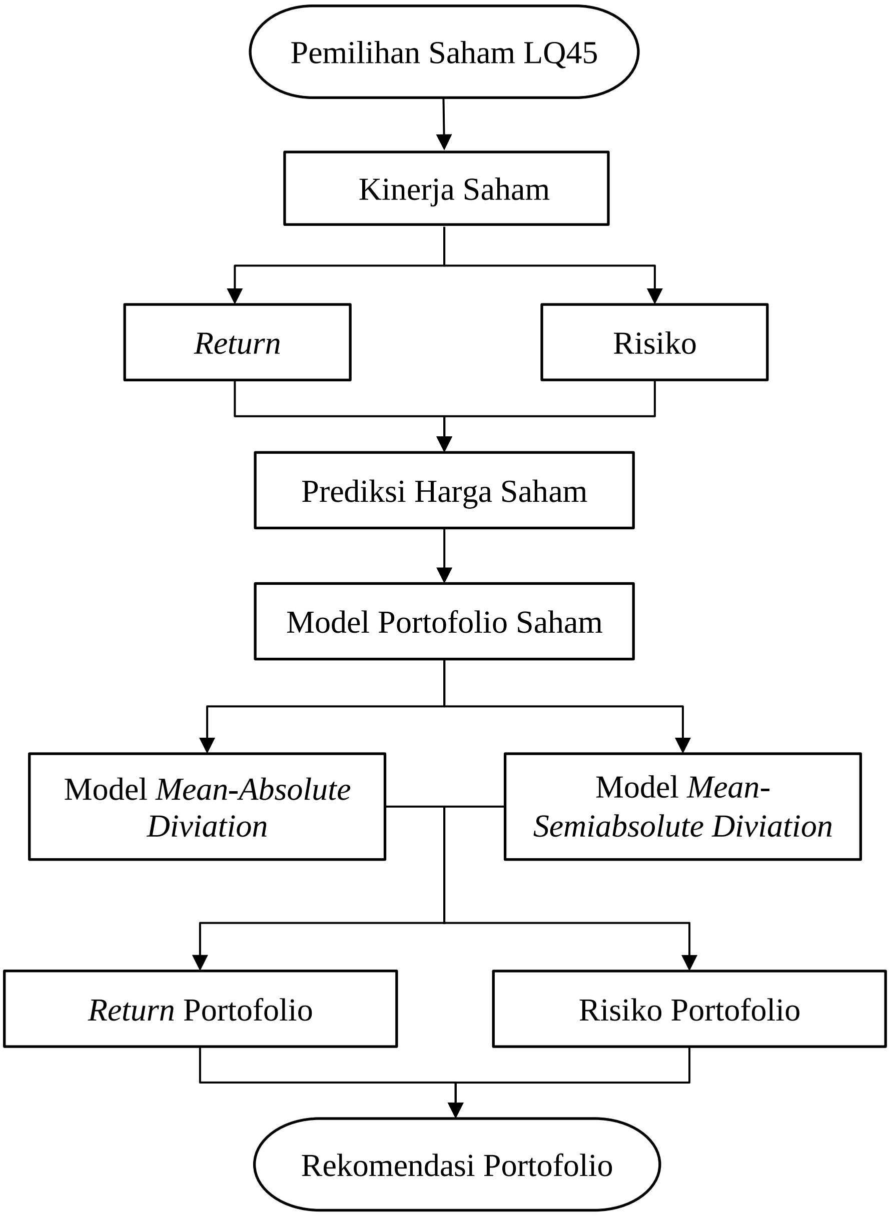
2.12 Kendala Kardinalitas

Dalam berinvestasi saham investor terkadang membatasi banyak saham yang ingin dibelinya (Steuer *et al.* 2024). Misal seorang investor hanya ingin membeli k saham dari n saham yang tersedia dengan risiko seminimal mungkin serta menginginkan *return* semaksimal mungkin. Kendala seperti ini disebut *cardinality constrain* atau kendala kardinalitas. Dalam banyak kasus, jumlah maksimal sekuritas dalam portofolio dibatasi untuk mengurangi biaya pengelolaan, misalnya untuk memantau kinerja perusahaan-perusahaan dalam portofolio (Branke *et al.* 2009).

III METODE

3.1 Kerangka Pemikiran

Penelitian ini bertujuan untuk membentuk portofolio saham yang akan digunakan oleh perusahaan asuransi jiwa PT XYZ. Portofolio akan dibentuk dengan menggunakan model *Mean Absolute Deviation* (MAD) dan *Semi Mean Absolute Deviation* (Semi-MAD) dengan tambahan kendala *buy-in threshold* dan *cardinality constraints*. Langkah awal pembentukan portofolio dengan mengevaluasi kinerja saham yang akan digunakan berdasarkan *return* dan risiko dari masing masing saham. Selanjutnya dilakukan prediksi harga saham menggunakan *generalized Wiener process* dan simulasi *Monte Carlo*. Hasil prediksi saham akan digunakan pada model portofolio MAD dan Semi-MAD. Portofolio yang diperoleh akan dibandingkan berdasarkan *return* portofolio dan risiko portofolio dari kedua model. Gambar 1 menunjukkan alur kerangka pemikiran penelitian.



Gambar 1 Kerangka Pemikiran Penelitian

3.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang bersifat kuantitatif. Data diperoleh dari website Bursa Efek Indonesia (BEI) www.idx.co.id berupa daftar saham perusahaan yang tercatat dalam Index LQ45 mulai tahun Januari 2018 sampai Desember 2023 dan yahoo.finance.com berupa data historis harga saham penutupan bulanan. Data penunjang yang relevan dengan penelitian diperoleh dari literatur, laporan penelitian, dan media elektronik.

3.3 Jumlah Populasi dan Sampel

Populasi penelitian terdiri dari saham-saham yang tergabung dalam Indeks LQ45 dari Januari 2018 sampai dengan Desember 2023. Namun, tidak semua emiten saham akan dimasukan ke dalam model portofolio optimal, hanya 10 emiten saham dengan *mean return* tertinggi.

3.4 Teknik Pengambilan Data

Penarikan sampel dilakukan dengan *Purposive Sampling* dengan kriteria pemilihan sebagai berikut:

1. Konsistensi, saham-saham yang menjadi sampel penelitian harus selalu terdaftar di indeks LQ45 mulai Januari 2018 sampai Desember 2023.
2. Dipilih 10 saham dengan *mean return* tertinggi.

3.5 Pengolahan dan Analisis Data

Portofolio saham optimal perusahaan asuransi jiwa PT XYZ berdasarkan model MAD dan model Semi-MAD dengan tambahan kendala *buy-in threshold* dan *cardinality* dibentuk dengan langkah sebagai berikut:

1. Memilih saham yang stabil dalam Index LQ45 selama Januari 2018 sampai dengan Desember 2023.
2. Menghitung *return* aktual individual saham terpilih.
3. Menghitung *mean return* individual saham.
4. Memilih sepuluh saham yang memiliki *mean return* tertinggi.
5. Melakukan prediksi harga masing masing saham menggunakan metode proses Wiener diperumum dan simulasi *Monte carlo*.
6. Membentuk model MAD dan model Semi-MAD dengan tambahan kendala *buy-in threshold* dan *cardinality*.
7. Menyelesaikan model sehingga diperoleh portofolio optimal masing-masing model menggunakan *linear programming*.
8. Menghitung *return* portofolio dan risiko portofolio saham dari kedua model.

Model MAD digunakan untuk memperbaiki model *mean-variance* Markowitz baik secara komputasi maupun teoritis, Konno dan Yamazaki mengusulkan model pemilihan portofolio pemrograman linier menggunakan *mean absolute deviation* sebagai ukuran alternatif untuk mengukur risiko. Kesederhanaan dan kemudahan komputasi dianggap sebagai keuntungan terpenting dari model ini.

Mean Absolute Deviation (MAD) merupakan ukuran statistik yang menunjukkan seberapa besar penyimpangan atau deviasi data terhadap nilai rata-rata. MAD mengukur rata-rata dari nilai absolut deviasi atau perbedaan setiap data terhadap nilai rata-rata data tersebut. Risiko portofolio yang diukur dengan MAD dilambangkan dengan $m(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dinyatakan sebagai berikut,

$$m(x_1, x_2, \dots, x_n) = E\left[\left|\sum_{i=1}^{n} R_i x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i x_i\right]\right|\right].$$

Misalkan r_{it} adalah realisasi dari variabel acak R_i selama periode t $(t = 1, \dots, T)$ yang diasumsikan tersedia melalui data historis atau dari proyeksi di masa depan. Selain itu nilai ekspektasi dari variabel acak dapat didekati dengan rata-rata yang berasal dari data ini. Misalkan

$$r_i = E[R_i] = \sum_{t=1}^{T} \frac{r_{it}}{T},$$

maka $m(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dapat didekati sebagai berikut

$$m(x_1, x_2, \dots, x_n) = E\left[\left|\sum_{i=1}^{n} R_i x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i x_i\right]\right|\right] = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i\right|.$$

Oleh karena itu, model (3.1) optimasi portofolio menjadi

$$\min \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})x_i\right|, \tag{3.1}$$

kendala

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i = r_0,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$
$$x_i \geq 0, \qquad i = 1, 2, \dots, n.$$

Masalah optimasi ini adalah nonlinier dan tidak mulus karena adanya fungsi bernilai mutlak, untuk menghilangkan fungsi bernilai mutlak pada masalah optimasi tersebut, masalah tersebut dapat diubah ke dalam model (3.2) berikut,

$$\min \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} p_t, \tag{3.2}$$

kendala

$$p_t + \sum_{t=1}^{T}(r_{it} - \overline{r_i})x_i \geq 0, \qquad t = 1, 2, \dots, T,$$
$$p_t - \sum_{t=1}^{T}(r_{it} - \overline{r_i})x_i \geq 0, \qquad t = 1, 2, \dots, T,$$
$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i = r_0,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$
$$p_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T,$$
$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

dengan,

$$p_t = \left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})x_i\right| = \max\left(\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})\, x_i, -\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})x_i\right).$$

Mean Absolute Deviation (MAD) memperhitungkan semua penyimpangan *return* portofolio dari nilai rata-rata, baik di bawah maupun di atas nilai rata-rata. Namun, investor mungkin berpikir untuk mempertimbangkan risiko hanya penyimpangan dibawah nilai rata-rata. Dengan kata lain, variabilitas *return* portofolio di atas rata-rata seharusnya tidak diperhitungkan karena investor lebih peduli dengan kinerja yang kurang daripada kinerja portofolio yang berlebihan. Skenario yang berisiko adalah skenario dimana *return* portofolio berada bawah rata-rata *return*. Oleh karena itu, model MAD dapat dimodifikasi untuk mempertimbangkan hanya penyimpangan di bawah nilai rata-rata. Model ini didefinisikan sebagai model *Semi Mean Absolute Deviation* (Semi-MAD).

Nilai deviasi semi-absolut dari *return* portofolio di bawah *mean return* selama periode periode t, $t = 1, 2, \dots, T$ dapat dinyatakan sebagai

$$w(x_1, x_2, \dots, x_n) = \left|\min\left\{0, \sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})x_i\right\}\right| = \frac{1}{2}\left(\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})x_i\right| + \sum_{i=1}^{n}(\overline{r_i} - r_{it})x_i\right).$$

Oleh karena itu, nilai deviasi semi absolut dari *return* portofolio yang dibawah *mean retutn* diberikan oleh,

$$\begin{aligned} w(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} w_t(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{2T}\left(\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})x_i\right| + \sum_{i=1}^{n}(\overline{r_i} - r_{it})x_i\right). \end{aligned}$$

Masalah optimasi portofolio *Mean Absolute Deviation* (MAD) dapat ditransformasi menjadi model (3.3) optimasi portofolio *Semi Mean Absolute Deviation* (Semi-MAD) berikut,

$$\min \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{2T}\left(\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - \overline{r_i})x_i\right| + \sum_{i=1}^{n}(\overline{r_i} - r_{it})x_i\right), \tag{3.3}$$

kendala

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i = r_0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, \qquad i = 1, 2, \dots, n.$$

Transformasi kembali untuk menghilangkan fungsi bernilai mutlak pada masalah tersebut menjadi ke dalam model (3.4) berikut,

$$\min \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} p_t, \tag{3.4}$$

kendala

$$p_t + \sum_{t=1}^{T}(r_{it} - \overline{r_i})x_i \geq 0, \qquad t = 1, 2, \dots, T,$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i = r_0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$p_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T,$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

Masalah optimasi portofolio *Mean Absolute Deviation* (MAD) dan masalah optimasi portofolio *Semi-Absolute Deviation* (Semi-MAD) merupakan masalah dengan model *Linear Programming* (LP). Sehingga kedua model MAD dan Semi-MAD dapat diselesaikan dengan cara *Linear Programming.* Secara umum model LP dapat dituliskan sebagai,

$$\text{Optimasi:}\, f(x),$$

kendala

$$g_i(x) \leq b_i, \qquad 1 \leq i \leq p,$$

$$g_i(x) = b_i, \qquad p + 1 \leq i \leq k,$$

$$g_i(x) \geq b_i, \qquad k + 1 \leq i \leq n,$$

dengan $f(x)$ merupakan fungsi objektif yang akan dioptimasikan. $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ merupakan variabel keputusan, $g_i(x)$ merupakan fungsi kendala terhadap x. Nilai $b_i (1 \leq i \leq n)$ merupakan nilai batas atas atau batas bawah dari fungsi kendala ke-i.

IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pemilihan Saham Yang Terdapat Pada Indeks LQ45

Model optimasi portofolio saham pada perusahaan asuransi jiwa dibentuk berdasarkan data historis harga penutupan saham bulanan dari saham perusahaan yang konsisten terdaftar pada indeks LQ45 selama periode Februari 2019 sampai Januari 2024 dan akan dipilih 10 saham yang memiliki *return* rata-rata tertinggi. Daftar perusahaan tersebut dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Daftar saham dengan *return* rata-rata tertinggi

Kode Saham	Nama Perusahaan	*Return* (μ)	Volatilitas (σ)
ANTM	Aneka Tambang Tbk.	0.02547	0.16513
ADRO	Adaro Energy Tbk.	0.01938	0.12913
INCO	Vale Indonesia Tbk.	0.01237	0.12313
BBRI	Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk.	0.01213	0.07717
BMRI	Bank Mandiri (Persero) Tbk.	0.01173	0.07995
BBCA	Bank Central Asia Tbk.	0.01125	0.05197
BBNI	Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk.	0.00962	0.10726
EXCL	XL Axiata Tbk.	0.00546	0.10398
TLKM	Telekomunikasi Indonesia (Persero) Tbk.	0.00282	0.06371
KLBF	Kalbe Farma Tbk.	0.00273	0.06062

Return menunjukkan rata-rata *return* bulanan selama periode pengamatan. Volatilitas adalah ukuran statistik yang menunjukkan perubahan harga saham dalam periode tertentu. Sebelum dilakukan optimasi portofolio saham, saham-saham yang terdapat pada Tabel 1 akan dibentuk terlebih dahulu model harga saham dengan menggunakan *Generalized Wiener Process*. Model harga saham ini kemudian akan digunakan untuk memprediksi harga saham bulanan dari bulan Januari 2024 hingga Desember 2024. Hasil dari prediksi harga saham ini akan digunakan untuk melakukan optimasi portofolio dengan menggunakan model MAD dan Semi-MAD.

4.2 Model Harga Saham Menggunakan *Generalized Wiener Process*

Harga saham diasumsikan mengikuti *Generalized Wiener Process*. Model Wiener dapat dicari dengan mencari model perubahan harga terlebih dahulu. Dengan asumsi *return* konstan dan volatilitas konstan model perubahan harga saham adalah

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t} \tag{4.1}$$

dengan

S : harga saham,
ΔS : perubahan harga saham,
Δt : perubahan waktu t,
μ : *retur* saham,
σ : *volatilitas* dari harga saham,
ε : proses Wiener $\sim\emptyset(0,1)$.

Persamaan (4.1) digunakan untuk membuat model harga saham pada daftar saham kandidat portofolio. Berdasarkan data mean *return* dan volatilitas pada Tabel 1. Setelah didapatkan model perubahan harga saham, akan dilakukkan simulasi Monte Carlo untuk mendapatkan prediksi harga saham. Model harga saham dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Model perubahan harga saham

Kode Saham	Model Perubahan Harga Saham	MAPE
ANTM	$\Delta S = 0.025464 S\Delta t + 0.047669 S\varepsilon$	4.8192
ADRO	$\Delta S = 0.01938 S\Delta t + 0.037278 S\varepsilon$	18.4489
INCO	$\Delta S = 0.012372 S\Delta t + 0.035544 S\varepsilon$	7.8658
BBRI	$\Delta S = 0.012132 S\Delta t + 0.022278 S\varepsilon$	6.26689
BMRI	$\Delta S = 0.011736 S\Delta t + 0.023079 S\varepsilon$	5.4020
BBCA	$\Delta S = 0.011256 S\Delta t + 0.015003 S\varepsilon$	3.9945
BBNI	$\Delta S = 0.009624 S\Delta t + 0.030963 S\varepsilon$	4.1188
EXCL	$\Delta S = 0.00546 S\Delta t + 0.0300160\varepsilon$	7.5818
TLKM	$\Delta S = 0.011256 S\Delta t + 0.015003 S\varepsilon$	4.3207
KLBF	$\Delta S = 0.000938 S\Delta t + 0.015003 S\varepsilon$	8.9577

Model *generalized Wiener process* adalah pendekatan untuk memodelkan perubahan harga saham dengan mempertimbangkan komponen deterministik dan stokastik. Dalam hal ini, model yang diberikan untuk saham ANTM adalah:

$$\Delta S = 0.025464 S\Delta t + 0.047669 S\varepsilon.$$

Model ini menyatakan bahwa perubahan harga saham (ΔS) terdiri dari dua komponen: bagian deterministik yang sebanding dengan harga saham saat ini, dan bagian stokastik yang juga sebanding dengan harga saham tetapi melibatkan ketidakpastian atau variasi acak. Hal ini menunjukkan bahwa dalam jangka waktu yang diberikan, harga saham diharapkan meningkat secara deterministik dengan laju proporsional 0.025464 kali harga saat ini dikalikan dengan interval waktu Δt, menggambarkan pertumbuhan rata-rata harga saham dalam interval waktu Δt.

Selain tren deterministik, harga saham juga akan mengalami fluktuasi acak yang sebanding dengan harga saham saat ini. Komponen stokastik ($0.047669 S\ \varepsilon$) mencerminkan risiko atau volatilitas di sekitar tren deterministik. Hal ini menunjukkan bahwa harga saham dapat berfluktuasi secara acak dengan kekuatan yang meningkat seiring dengan naiknya harga saham.

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah ukuran statistik yang menilai keakuratan metode peramalan. Jika nilai MAPE kurang dari 10% dapat dikatakan bahwa kemampuan model peramalan sangat baik untuk meramalkan perubahan harga saham. Jika nilai MAPE kurang antara 10% - 20% dapat dikatakan bahwa kemampuan model peramalan baik untuk meramalkan perubahan harga saham.

Tabel 3 menunjukkan *return* prediksi harga saham bulanan (r_{it}), selanjutnya data prediksi tersebut digunakan untuk memperoleh portofolio optimal menggunakan model MAD dan model Semi-MAD. Berdasarkan data hasil prediksi, nilai *return* minimal (r_{min}) dari portofolio yang dapat dibentuk sebesar 0.00273, yaitu ketika hanya saham TLKM saja yang dipilih, nilai *return* maksimal (r_{max}) sebesar 0.02547 yaitu ketika hanya saham ANTM saja yang dipilih.

Tabel 3 *Return* saham hasil prediksi

Kode Saham	*Monthly Return* (r_{it}) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	*Mean return* ($\bar{r}_i$)
ANTM	0.00497	0.00510	-0.00599	0.04852	0.11426	0.01703	0.07877	0.03522	-0.00095	0.05170	0.03508	-0.04801	0.02798
ADRO	0.01891	0.03016	0.02129	0.03642	0.00430	0.02998	-0.03065	0.00557	0.07510	0.01139	0.04200	0.02937	0.02282
BBRI	-0.00194	0.00770	0.03082	0.03232	0.03264	0.00881	0.04747	-0.01991	0.03365	0.02245	0.00834	-0.00132	0.01675
INCO	0.07339	0.03704	-0.00341	-0.04251	0.03093	0.04289	0.02468	-0.00334	-0.05415	0.02069	0.01781	0.04553	0.01580
BMRI	-0.00613	-0.00940	0.01153	-0.01103	0.03749	0.06156	0.02708	0.05323	0.00039	0.03869	0.00828	-0.02419	0.01563
BBNI	0.02029	0.07301	-0.00309	-0.08837	-0.05211	-0.01837	-0.00150	0.08144	0.02240	0.00751	0.05407	0.06205	0.01311
BBCA	0.03470	0.01683	-0.00091	0.02925	0.02227	0.01534	-0.00839	0.00818	0.00862	-0.01173	0.02224	0.01648	0.01274
EXCL	-0.04697	-0.02918	0.02798	-0.00118	-0.00198	0.04422	0.00933	-0.01388	0.00338	0.03295	0.02958	0.04400	0.00819
KLBF	-0.02114	-0.00396	0.01360	-0.00808	0.00625	-0.00785	0.00575	-0.00044	0.01553	0.04676	-0.02065	0.01290	0.00322
TLKM	-0.00121	-0.02048	0.01219	0.00723	-0.03996	0.00961	0.02228	0.01502	0.01034	0.00385	0.00981	0.00582	0.00288

4.3 Optimasi Portofolio Menggunakan Model MAD

Model (3.2) digunakan untuk menyusun portofolio saham perusahaan asuransi jiwa dengan menambahkan kendala *buy-in threshold* dan kendala *cardinality*. Kendala *buy-in threshold* bertujuan untuk menghindari proporsi saham yeng terlalu kecil atau terlalu besar. Hal ini bertujuan untuk memenuhi batasan proporsi saham yang telah ditetapkan dalam POJK No 5 Tahun 2023. Sedangkan kendala *cardinality* bertujuan membatasi jumlah aset dalam portofolio optimal.

Misalkan α_i merupakan batas bawah proporsi saham ke-i, β_i merupakan batas atas proporsi saham ke-i, dan K adalah jumlah saham yang diinginkan dalam portofolio. Kendala *buy-in threshold* dan kendala *cardinality* dapat ditulis sebagai berikut,

$$\alpha_i z_i \leq x_i \leq \beta_i z_i, i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_i = K$$

dengan,

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{jika saham ke } i \text{ masuk ke dalam portofolio} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Model (4.2) lengkap optimasi portofolio menggunakan model *Mean Absolute Deviation* dengan tambahan kendala *buy-in threshold* dan kendala *cardinality* ditulis sebagai berikut,

$$\min \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} p_t \tag{4.2}$$

kendala

$$p_t + \sum_{t=1}^{T} (r_{it} - \overline{r_i}) x_i \geq 0, \qquad t = 1, 2, \dots, T,$$

$$p_t - \sum_{t=1}^{T} (r_{it} - \overline{r_i}) x_i \geq 0, \qquad t = 1, 2, \dots, T,$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i = r_0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_i = K$$

$$\alpha_i z_i \leq x_i \leq \beta_i z_i, \qquad i = 1, 2, \dots, n$$

$$p_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T,$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

dengan,

$$p_t = \left| \sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i) x_i \right| = \max \left(\sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i)\, x_i, - \sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i) x_i \right)$$

Implementasi Model dan Perhitungan Numerik

Penggunaan model pemilihan portofolio optimal dilakukan dengan menggunakan data hasil prediksi harga saham bulanan tahun 2024 yang di tunjukan pada Tabel 3. Selain itu, tambahan asumsi mengenai batas bawah dan batas atas proporsi saham akan digunakan untuk memenuhi batasan proporsi yang telah diatur dalam POJK No.5 Tahun 2023. Asumsi yang digunakan yaitu jumlah investasi saham sebesar 40% dari total investasi, sehingga batas atas proporsi untuk setiap emiten adalah 25% ($\beta = 0.25$) dan untuk batas bawahnya dipilih sebesar 5% ($\alpha = 0.05$).

Masalah optimasi portofolio saham untuk menemukan alokasi aset yang optimal menggunakan model MAD dirumuskan sebagai berikut:

$$\min \frac{1}{12}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{12}),$$

kendala

$$p_1 - 0.02300x_1 - 0.00391x_2 - 0.01869x_3 + 0.05759x_4 - 0.02176x_5 + 0.00718x_6 + 0.02196x_7 - 0.05516x_8 - 0.02436x_9 - 0.00408x_{10} \geq 0,$$

$$p_2 - 0.02287x_1 + 0.00734x_2 - 0.00905x_3 + 0.02124x_4 - 0.02503x_5 + 0.05990x_6 + 0.00409x_7 - 0.03737x_8 - 0.00718x_9 - 0.02335x_{10} \geq 0,$$

$$p_3 - 0.03396x_1 - 0.00153x_2 + 0.01407x_3 - 0.01921x_4 - 0.00410x_5 - 0.01620x_6 - 0.01365x_7 + 0.01979x_8 + 0.01038x_9 + 0.00932x_{10} \geq 0,$$

$$p_4 + 0.02055x_1 + 0.01360x_2 + 0.01557x_3 - 0.05831x_4 - 0.02666x_5 - 0.10148x_6 + 0.01651x_7 - 0.00937x_8 - 0.01130x_9 + 0.00435x_{10} \geq 0,$$

$$p_5 + 0.08629x_1 - 0.01852x_2 + 0.01589x_3 + 0.01513x_4 + 0.02186x_5 - 0.06522x_6 + 0.00953x_7 - 0.01017x_8 + 0.00303x_9 - 0.04284x_{10} \geq 0,$$

$$p_6 - 0.01094x_1 + 0.00716x_2 - 0.00794x_3 + 0.02709x_4 + 0.04593x_5 - 0.03148x_6 + 0.00260x_7 + 0.03603x_8 - 0.01107x_9 + 0.00674x_{10} \geq 0,$$

$$p_7 + 0.05080x_1 - 0.05347x_2 + 0.03072x_3 + 0.00888x_4 + 0.01145x_5 - 0.01461x_6 - 0.02113x_7 + 0.00114x_8 + 0.00253x_9 + 0.01941x_{10} \geq 0,$$

$$p_8 + 0.00725x_1 - 0.01725x_2 - 0.03666x_3 - 0.01914x_4 + 0.03760x_5 + 0.06833x_6 - 0.00456x_7 - 0.02207x_8 - 0.00366x_9 + 0.01214x_{10} \geq 0,$$

$$p_9 - 0.02892x_1 + 0.05228x_2 + 0.01690x_3 - 0.06995x_4 - 0.01524x_5 + 0.00929x_6 - 0.00412x_7 - 0.00481x_8 + 0.01231x_9 + 0.00746x_{10} \geq 0,$$

$$p_{10} + 0.02373x_1 - 0.01143x_2 + 0.00570x_3 + 0.00489x_4 + 0.02306x_5 - 0.00560x_6 - 0.02447x_7 + 0.02476x_8 + 0.04354x_9 + 0.00098x_{10} \geq 0,$$

$$p_{11} + 0.00711x_1 + 0.01918x_2 - 0.00841x_3 + 0.00201x_4 - 0.00735x_5 + 0.04096x_6 + 0.00950x_7 + 0.02139x_8 - 0.02387x_9 + 0.00694x_{10} \geq 0,$$

$$p_{12} - 0.07598x_1 + 0.00655x_2 - 0.01807x_3 + 0.02973x_4 - 0.03982x_5 + 0.04894x_6 + 0.00374x_7 + 0.03581x_8 + 0.00968x_9 + 0.00294x_{10} \geq 0,$$

$$p_1 + 0.02300x_1 + 0.00391x_2 + 0.01869x_3 - 0.05759x_4 + 0.02176x_5 - 0.00718x_6 - 0.02196x_7 + 0.05516x_8 + 0.02436x_9 + 0.00408x_{10} \geq 0,$$

$$p_2 + 0.02287x_1 - 0.00734x_2 + 0.00905x_3 - 0.02124x_4 + 0.02503x_5 - 0.05990x_6 - 0.00409x_7 + 0.03737x_8 + 0.00718x_9 + 0.02335x_{10} \geq 0,$$

$$p_3 + 0.03396x_1 + 0.00153x_2 - 0.01407x_3 + 0.01921x_4 + 0.00410x_5 + 0.01620x_6 + 0.01365x_7 - 0.01979x_8 - 0.01038x_9 - 0.00932x_{10} \geq 0,$$

$$p_4 - 0.02055x_1 - 0.01360x_2 - 0.01557x_3 + 0.05831x_4 + 0.02666x_5 + 0.10148x_6 - 0.01651x_7 + 0.00937x_8 + 0.01130x_9 - 0.00435x_{10} \geq 0,$$

$$p_5 - 0.08629x_1 + 0.01852x_2 - 0.01589x_3 - 0.01513x_4 - 0.02186x_5 + 0.06522x_6 - 0.00953x_7 + 0.01017x_8 - 0.00303x_9 + 0.04284x_{10} \geq 0,$$

$$p_6 + 0.01094x_1 - 0.00716x_2 + 0.00794x_3 - 0.02709x_4 - 0.04593x_5 + 0.03148x_6 - 0.00260x_7 - 0.03603x_8 + 0.01107x_9 - 0.00674x_{10} \geq 0,$$

$$
\begin{aligned}
p_7 - 0.05080x_1 + 0.05347x_2 - 0.03072x_3 - 0.00888x_4 - 0.01145x_5 + 0.01461x_6 \\
+ 0.02113x_7 - 0.00114x_8 - 0.00253x_9 - 0.01941x_{10} \geq 0, \\
p_8 - 0.00725x_1 + 0.01725x_2 + 0.03666x_3 + 0.01914x_4 - 0.03760x_5 - 0.06833x_6 \\
+ 0.00456x_7 + 0.02207x_8 + 0.00366x_9 - 0.01214x_{10} \geq 0, \\
p_9 + 0.02892x_1 - 0.05228x_2 - 0.01690x_3 + 0.06995x_4 + 0.01524x_5 - 0.00929x_6 \\
+ 0.00412x_7 + 0.00481x_8 - 0.01231x_9 - 0.00746x_{10} \geq 0, \\
p_{10} - 0.02373x_1 + 0.01143x_2 - 0.00570x_3 - 0.00489x_4 - 0.02306x_5 + 0.00560x_6 \\
+ 0.02447x_7 - 0.02476x_8 - 0.04354x_9 - 0.00098x_{10} \geq 0, \\
p_{11} - 0.00711x_1 - 0.01918x_2 + 0.00841x_3 - 0.00201x_4 + 0.00735x_5 - 0.04096x_6 \\
- 0.00950x_7 - 0.02139x_8 + 0.02387x_9 - 0.00694x_{10} \geq 0, \\
p_{12} + 0.07598x_1 - 0.00655x_2 + 0.01807x_3 - 0.02973x_4 + 0.03982x_5 - 0.04894x_6 \\
- 0.00374x_7 - 0.03581x_8 - 0.00968x_9 - 0.00294x_{10} \geq 0, \\
0.02798x_1 + 0.02282x_2 + 0.01675x_3 + 0.01580x_4 + 0.01563x_5 + 0.01311x_6 \\
+ 0.01274x_7 + 0.00819x_8 + 0.00322x_9 + 0.00288x_{10} = r_0, \\
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1, \\
z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 + z_7 + z_8 + z_9 + z_{10} = K, \\
0.05z_i \leq x_i \leq 0.25z_i, \qquad i = 1, 2, \dots, n, \\
p_t \geq 0, \qquad t = 1, 2, \dots, T, \\
x_i \geq 0, \qquad i = 1, 2, \dots, n.
\end{aligned}
$$

Solusi dari masalah optimasi portofolio di atas diselesaikan menggunakan *package* JuMP di pemrograman Julia. JuMP merupakan kumpulan paket pendukung dan bahasa pemodelan untuk menyelesaikan masalah optimasi matematika di Julia. Kode program untuk menyelesaikan masalah optimasi portofolio model MAD disajikan pada Lampiran 3. Solusi dari masalah optimasi portofolio di sajikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Solusi optimasi portofolio model MAD

Parameter	Alokasi					Risiko
$K = 5$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0033905
$r = 0.013912$	0.14368	0.25000	0.00000	0.18438	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.00000	0.00000	0.00000	0.17194	0.25000	
$K = 6$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0029485
$r = 0.013912$	0.00000	0.11149	0.25000	0.00000	0.12893	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.11569	0.25000	0.00000	0.14388	0.00000	
$K = 7$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0024698
$r = 0.013912$	0.00000	0.06467	0.25000	0.07920	0.13391	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.10151	0.25000	0.00000	0.12071	0.00000	
$K = 5$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0045992
$r = 0.017390$	0.00000	0.24014	0.25000	0.17064	0.22983	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.10938	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
$K = 6$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0037103
$r = 0.017390$	0.12534	0.25000	0.25000	0.14456	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.10203	0.00000	0.00000	0.00000	0.12807	

$K = 7$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0033087
$r = 0.017390$	0.19422	0.25000	0.11319	0.09279	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.08389	0.10377	0.00000	0.00000	0.16214	
$K = 5$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0074267
$r = 0.02$	0.23612	0.25000	0.25000	0.21215	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.05173	
$K = 6$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0061975
$r = 0.02$	0.25000	0.25000	0.23183	0.15340	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.06477	0.00000	0.00000	0.00000	0.05000	
$K = 7$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0067065
$r = 0.02$	0.25000	0.25000	0.21018	0.13585	0.05000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.05397	0.00000	0.00000	0.00000	0.05000	

Berdasarkan Tabel 4, dapat ditunjukkan bahwa semakin besar nilai *return* maka semakin besar juga nilai risikonya, dan semakin banyak saham penyusun portofolio atau semakin diversifikasi portofolio maka semakin kecil nilai risikonya. Selanjutnya akan dicari solusi untuk model Semi-MAD dan hasilnya akan dibandingkan dari segi risiko.

4.4 Optimasi Portofolio Menggunakan Model Semi-MAD

Model (3.4) digunakan untuk menyusun portofolio saham perusahaan asuransi jiwa dengan menambahkan kendala *buy-in threshold* dan kendala *cardinality*. Model (4.3) lengkap optimasi portofolio menggunakan model *Semi Mean Absolute Deviation* (Semi-MAD) dengan tambahan kendala *buy-in threshold* dan kendala *cardinality* ditulis sebagai berikut,

$$\min \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} p_t \tag{4.3}$$

kendala

$$p_t + \sum_{t=1}^{T}(r_{it} - \overline{r_i})x_i \geq 0, \qquad t = 1, 2, \dots, T,$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i = r_0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_i = K$$

$$\alpha_i z_i \leq x_i \leq \beta_i z_i, \qquad i = 1, 2, \dots, n$$

$$p_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T,$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

Implementasi Model dan Perhitungan Numerik

Model (4.3) digunakan untuk masalah optimasi portofolio saham menggunakan model Semi-MAD. Asumsi yang sama dengan model MAD akan digunakan untuk model Semi-MAD yaitu, batas atas proporsi untuk setiap emiten adalah 25% ($\beta = 0.25$) dan untuk batas bawahnya dipilih sebesar 5% ($\alpha = 0.05$). Masalah optimasi portofolio saham untuk menemukan alokasi aset yang optimal menggunakan model Semi-MAD dirumuskan sebagai berikut:

$$\min \frac{1}{12}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{12}),$$

kendala

$$\begin{gathered}
p_1 - 0.02300x_1 - 0.00391x_2 - 0.01869x_3 + 0.05759x_4 - 0.02176x_5 + 0.00718x_6 \\
+ 0.02196x_7 - 0.05516x_8 - 0.02436x_9 - 0.00408x_{10} \geq 0, \\
p_2 - 0.02287x_1 + 0.00734x_2 - 0.00905x_3 + 0.02124x_4 - 0.02503x_5 + 0.05990x_6 \\
+ 0.00409x_7 - 0.03737x_8 - 0.00718x_9 - 0.02335x_{10} \geq 0, \\
p_3 - 0.03396x_1 - 0.00153x_2 + 0.01407x_3 - 0.01921x_4 - 0.00410x_5 - 0.01620x_6 \\
- 0.01365x_7 + 0.01979x_8 + 0.01038x_9 + 0.00932x_{10} \geq 0, \\
p_4 + 0.02055x_1 + 0.01360x_2 + 0.01557x_3 - 0.05831x_4 - 0.02666x_5 - 0.10148x_6 \\
+ 0.01651x_7 - 0.00937x_8 - 0.01130x_9 + 0.00435x_{10} \geq 0, \\
p_5 + 0.08629x_1 - 0.01852x_2 + 0.01589x_3 + 0.01513x_4 + 0.02186x_5 - 0.06522x_6 \\
+ 0.00953x_7 - 0.01017x_8 + 0.00303x_9 - 0.04284x_{10} \geq 0, \\
p_6 - 0.01094x_1 + 0.00716x_2 - 0.00794x_3 + 0.02709x_4 + 0.04593x_5 - 0.03148x_6 \\
+ 0.00260x_7 + 0.03603x_8 - 0.01107x_9 + 0.00674x_{10} \geq 0, \\
p_7 + 0.05080x_1 - 0.05347x_2 + 0.03072x_3 + 0.00888x_4 + 0.01145x_5 - 0.01461x_6 \\
- 0.02113x_7 + 0.00114x_8 + 0.00253x_9 + 0.01941x_{10} \geq 0, \\
p_8 + 0.00725x_1 - 0.01725x_2 - 0.03666x_3 - 0.01914x_4 + 0.03760x_5 + 0.06833x_6 \\
- 0.00456x_7 - 0.02207x_8 - 0.00366x_9 + 0.01214x_{10} \geq 0, \\
p_9 - 0.02892x_1 + 0.05228x_2 + 0.01690x_3 - 0.06995x_4 - 0.01524x_5 + 0.00929x_6 \\
- 0.00412x_7 - 0.00481x_8 + 0.01231x_9 + 0.00746x_{10} \geq 0, \\
p_{10} + 0.02373x_1 - 0.01143x_2 + 0.00570x_3 + 0.00489x_4 + 0.02306x_5 - 0.00560x_6 \\
- 0.02447x_7 + 0.02476x_8 + 0.04354x_9 + 0.00098x_{10} \geq 0, \\
p_{11} + 0.00711x_1 + 0.01918x_2 - 0.00841x_3 + 0.00201x_4 - 0.00735x_5 + 0.04096x_6 \\
+ 0.00950x_7 + 0.02139x_8 - 0.02387x_9 + 0.00694x_{10} \geq 0, \\
p_{12} - 0.07598x_1 + 0.00655x_2 - 0.01807x_3 + 0.02973x_4 - 0.03982x_5 + 0.04894x_6 \\
+ 0.00374x_7 + 0.03581x_8 + 0.00968x_9 + 0.00294x_{10} \geq 0, \\
0.02798x_1 + 0.02282x_2 + 0.01675x_3 + 0.01580x_4 + 0.01563x_5 + 0.01311x_6 \\
+ 0.01274x_7 + 0.00819x_8 + 0.00322x_9 + 0.00288x_{10} = r_0, \\
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1, \\
z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 + z_7 + z_8 + z_9 + z_{10} = K, \\
0.05z_i \leq x_i \leq 0.25z_i, i = 1, 2, \ldots, n, \\
p_t \geq 0, t = 1, 2, \ldots, T, \\
x_i \geq 0, i = 1, 2, \ldots, n.
\end{gathered}$$

Berdasarkan perumusan model *Semi Mean Absolute Deviation* dapat dilihat perbandingan model *Mean Absolute Deviation* dan model *Semi Mean Absolute Deviation* yang menunjukkan bahwa model *Semi Mean Absolute Deviation* mengurangi jumlah kendala hingga setengahnya dibandingkan dengan model *Mean Absolute Deviation*.

Solusi dari masalah optmasi portofolio model *Semi Mean Absolute* di atas diselesaikan menggunakan package JuMP di pemrograman Julia. Kode program untuk menyelesaikan masalah optimasi portofolio Model Semi-MAD disajikan pada Lampiran 4. Solusi dari masalah optmasi portofolio di sajikan pada Tabel 5.

Tabel 5 Solusi optimasi portofolio model semi-MAD

Parameter	Alokasi					Risiko
$K = 5$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0016951
$r = 0.013912$	0.14368	0.25000	0.00000	0.18438	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.00000	0.00000	0.00000	0.17194	0.25000	
$K = 6$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0014388
$r = 0.013912$	0.00000	0.11149	0.25000	0.00000	0.12893	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.11570	0.25000	0.00000	0.14388	0.00000	
$K = 7$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0012346
$r = 0.013912$	0.00000	0.06467	0.25000	0.07920	0.13391	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.10151	0.25000	0.00000	0.12072	0.00000	
$K = 5$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0022997
$r = 0.017390$	0.00000	0.24014	0.25000	0.17064	0.22984	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.10938	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
$K = 6$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0018549
$r = 0.017390$	0.12534	0.25000	0.25000	0.14456	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.10203	0.00000	0.00000	0.00000	0.12807	
$K = 7$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0016517
$r = 0.017390$	0.19421	0.25000	0.11319	0.09279	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.08389	0.10377	0.00000	0.00000	0.16214	
$K = 5$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0037134
$r = 0.02$	0.23612	0.25000	0.25000	0.21215	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.05173	
$K = 6$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0030987
$r = 0.02$	0.25000	0.25000	0.23183	0.15340	0.00000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.06477	0.00000	0.00000	0.06732	0.05000	
$K = 7$	ANTM	ADRO	BBRI	INCO	BMRI	0.0033852
$r = 0.02$	0.25000	0.25000	0.21018	0.13585	0.05000	
	BBNI	BBCA	EXCL	KLBF	TLKM	
	0.05397	0.00000	0.00000	0.00000	0.05000	

Tabel 4 dan Tabel 5 menunjukkan hasil optimasi portofolio dengan variasi parameter K dan r. Setiap kombinasi parameter menghasilkan alokasi portofolio yang berbeda pada saham-saham tertentu, serta tingkat risiko yang berbeda pula.

Pertama, parameter K yang berbeda (5, 6, dan 7) memengaruhi jumlah saham yang dimasukkan ke dalam portofolio, yang pada akhirnya memengaruhi diversifikasi dan potensi risiko portofolio. Semakin besar nilai K artinya semakin terdiversifikasi portofolio yang terbentuk. Seperti yang ditunjukkan oleh Tabel 4 dan 5, tingkat risiko portofolio berbanding terbalik dengan diversifikasinya, semakin terdiversifikasi suatu portofolio maka risiko yang dimiliki portofolio tersebut semakin kecil.

Kedua, analisis perubahan parameter r menunjukkan bagaimana tingkat *return* mempengaruhi alokasi aset dalam portofolio. Semakin tinggi tingkat r, semakin tinggi alokasi pada saham-saham yang memiliki *return* yang lebih tinggi. Sebagai contoh, pada $r = 0.02$, saham-saham seperti ADRO dan ANTM menerima alokasi yang lebih besar dibandingkan dengan $r = 0.013912$, yang mencerminkan meningkatnya *return* dari investasi tersebut.

Ketiga, risiko portofolio dinilai melalui alokasi pada saham-saham yang memiliki volatilitas dan fluktuasi harga yang berbeda. Pengurangan alokasi pada saham tertentu dapat mengurangi risiko portofolio secara keseluruhan. Selain itu, semakin besar nilai *return* portofolio semakin besar pula nilai risiko yang dihasilkan.

V SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Model perubahan harga saham menggunakan *Generalized Wiener Process* sangat baik dalam memprediksi perubahan harga saham. Hasil prediksi harga saham ini kemudian dapat digunakan untuk mencari portofolio optimal menggunakan model MAD. Model MAD untuk masalah optimasi portofolio bergantung pada jumlah saham yang digunakan, semakin banyak saham yang digunakan maka dimensi masalah optimasi menjadi semakin besar. Selain itu, semakin besar nilai K yang digunakan maka semakin kecil risiko portofolio, dan semakin besar nilai r yang digunakan semakin besar risiko portofolio yang diperoleh. Masalah optimasi portofolio dengan dimensi yang besar dapat diselesaikan menggunakan *linear programming* untuk memperoleh portofolio saham yang optimal bagi perusahaan asuransi jiwa.

5.2 Saran

Penelitian lebih lanjut dengan merekonstruksi masalah optimasi portofolio menjadi masalah optimasi *Multi-Objective Linear Programming* (MOLP). MOLP adalah masalah program linear yang memiliki lebih dari satu fungsi objektif dalam satu waktu. Fungsi objektif yang dapat dioptimalkan yaitu memaksimalkan *return* portofolio dan meminimalkan risiko portofolio pada saat yang bersamaan.

DAFTAR PUSTAKA

Aksaraylı M, Pala O. 2018. A polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments. *Expert Syst Appl*. 94:185–192. doi:https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.10.056.

Anugrahayu M, Azmi U. 2023. Stock portfolio optimization using mean-variance and mean absolute deviation model based on k-medoids clustering by dynamic time warping . *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*. 20(1):164–183. doi:10.20956/j.v20i1.27755.

Banihashemi S, Navidi S. 2017. Portfolio performance evaluation in Mean-CVaR framework: A comparison with non-parametric methods value at risk in Mean-VaR analysis. *Operations Research Perspectives*. 4:21–28. doi:https://doi.org/10.1016/j.orp.2017.02.001.

Bodie Z, Kane A, Marcus AJ. 2014. *Investments*. 10th Ed. New York (US): McGraw-Hill.

Branke J, Scheckenbach B, Stein M, Deb K, Schmeck H. 2009. Portfolio optimization with an envelope-based multi-objective evolutionary algorithm. *Journal of Operational Research*. 199(3):684–693. doi:https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.01.054.

Deng G-F, Lin W-T, Lo C-C. 2012. Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. *Expert Syst Appl*. 39(4):4558–4566. doi:https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.09.129.

Ehrgott M, Klamroth K, Schwehm C. 2004. An MCDM approach to portfolio optimization. *Journal of Operational Research*. 155(3):752–770. doi:https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00881-0.

Erwin K, Engelbrecht A. 2023. Meta-heuristics for portfolio optimization. *Soft comput*. 27(24):19045–19073. doi:10.1007/s00500-023-08177-x.

Grechuk B, Zabarankin M. 2014. Inverse portfolio problem with mean-deviation model. *Journal of Operational Research*. 234(2):481–490. doi:https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.04.056.

Hosseini-Nodeh Z, Khanjani-Shiraz R, Pardalos PM. 2023. Portfolio optimization using robust mean absolute deviation model: Wasserstein metric approach. *Financ Res Lett*. 54:103735. doi:https://doi.org/10.1016/j.frl.2023.103735.

Huang X, Yang T. 2020. How does background risk affect portfolio choice: An analysis based on uncertain mean-variance model with background risk. *J Bank Financ*. 111:105726. doi:https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2019.105726.

Hull JC. 2015. *Options, Futures, and Other Derivatives*. 9th edition. New Jersey:Pearson Education

Ibe OC. 2013. 2 - Basic Concepts in Stochastic Processes. Di dalam: Ibe OC, editor. *Markov Processes for Stochastic Modeling (Second Edition)*. Second Edition. Oxford: Elsevier. hlm 29–48.

Kalayci CB, Polat O, Akbay MA. 2020. An efficient hybrid metaheuristic algorithm for cardinality constrained portfolio optimization. *Swarm Evol Comput*. 54:100662. doi:https://doi.org/10.1016/j.swevo.2020.100662.

Kim S, Kim H. 2016. A new metric of absolute percentage error for intermittent demand forecasts. *Int J Forecast*. 32(3):669–679. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2015.12.003.

Konno H, Yamazaki H. 1991. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to tokyo stock. *Management Science.* 37:519-531. doi:10.1287/mnsc.37.5.519.

Le Thi HA, Moeini M. 2014. Long short portfolio optimization under cardinality constraints by difference of convex functions algorithm. *J Optim Theory Appl*. 161(1):199–224. doi:10.1007/s10957-012-0197-0.

Li B, Sun Y, Aw G, Teo KL. 2019. Uncertain portfolio optimization problem under a minimax risk measure. *Appl Math Model*. 76:274–281. doi:https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.06.019.

Li B, Zhang R. 2021. A new mean-variance-entropy model for uncertain portfolio optimization with liquidity and diversification. *Chaos Solitons Fractals*. 146:110842. doi:https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110842.

Li P, Han Y, Xia Y. 2016. Portfolio optimization using asymmetry robust mean absolute deviation model. *Financ Res Lett*. 18:353–362. doi:https://doi.org/10.1016/j.frl.2016.05.014.

Liu S-T. 2011. The mean-absolute deviation portfolio selection problem with interval-valued returns. *J Comput Appl Math*. 235(14):4149–4157. doi:https://doi.org/10.1016/j.cam.2011.03.008.

Lv S, Wu Z, Yu Z. 2016. Continuous-time mean–variance portfolio selection with random horizon in an incomplete market. *Automatica*. 69:176–180. doi:https://doi.org/10.1016/j.automatica.2016.02.017.

Ma Y, Wang Y, Wang W, Zhang C. 2023. Portfolios with return and volatilitas prediction for the energy stock market. *Energy*. 270:126958. doi:https://doi.org/10.1016/j.energy.2023.126958.

McKenzie J. 2011. Mean absolute percentage error and bias in economic forecasting. *Econ Lett*. 113(3):259–262. doi:https://doi.org/10.1016/j.econlet.2011.08.010.

Mendonça GHM, Ferreira FGDC, Cardoso RTN, Martins FVC. 2020. Multi-attribute decision making applied to financial portfolio optimization problem. *Expert Syst Appl*. 158:113527. doi:https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113527.

Medhi, J. 2003. Stochastic models in queueing theory. *Stochastic Processes*, 1–46. doi:10.1016/B978-012487462-6/50001-1

Nisa B, Rohaeni O, Harahap E. 2023. Perbandingan metode mean-semivariance dan mean absolute deviation untuk menentukan portfolio optimal menggunakan python. *Bandung Conference Series: Mathematics*. 3:129–140. doi:10.29313/bcsm.v3i2.8549.

Purba M, Sudarno S, Mukid MA. 2014. Optimalisasi portofolio menggunakan capital asset pricing model (capm) dan mean variance efficient portfolio (mvep) (studi kasus: saham-saham lq45). *Jurnal Gaussian,* vol. 3(3), 481-490. doi:10.14710/j.gauss.3.3.481-490

Qin Z. 2017. Random fuzzy mean-absolute deviation models for portfolio optimization problem with hybrid uncertainty. *Appl Soft Comput*. 56:597–603. doi:https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.06.017.

Qin Z, Kar S, Zheng H. 2016. Uncertain portfolio adjusting model using semiabsolute deviation. *Soft Comput*. 20(2):717–725. doi:10.1007/s00500-014-1535-y.

Ramos HP, Righi MB, Guedes PC, Müller FM. 2023. A comparison of risk measures for portfolio optimization with cardinality constraints. *Expert Syst Appl*. 228:120412. doi:https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120412.

Ross SM. 2003. *Introduction to Probability Models*. Burlington: Elsevier, Inc.

Sartono RA, Setiawan AA. 2009. VAR portfolio optimal: perbandingan antara metode markowitz dan mean absolute deviation. *Jurnal Siasat Bisnis*, 11(1).

Sehgal R, Jagadesh P. 2023. Data-driven robust portfolio optimization with semi mean absolute deviation via support vector clustering. *Expert Syst Appl*. 224:120000. doi:https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120000.

Speranza MG. 1993. Linear programming models for portfolio optimization. *Finance*, 14, 107–123.

Steuer RE, Qi Y, Wimmer M. 2024. Computing cardinality constrained portfolio selection efficient frontiers via closest correlation matrices. *Eur J Oper Res*. 313(2):628–636. doi:https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.08.026.

Trivedi KS, Vaidyanathan K, Selvamuthu D. 2015. Chapter 13 - Markov chain models and applications. Di dalam: Obaidat MS, Nicopolitidis P, Zarai F, editor. *Modeling and Simulation of Computer Networks and Systems*. Boston: Morgan Kaufmann. hlm 393–421.

Vanti EN, Supandi ED. 2020. Pembentukan portofolio optimal dengan menggunakan mean absolute deviation dan conditional mean variance. *Jurnal Fourier*. 9(1):25–34. doi:10.14421/fourier.2020.91.25-34.

Zhang P, Zhang WG. 2014. Multiperiod mean absolute deviation fuzzy portfolio selection model with risk control and cardinality constraints. *Fuzzy Sets Syst*. 255:74–91. doi:https://doi.org/10.1016/j.fss.2014.07.018.

Zhao H, Chen ZG, Zhan ZH, Kwong S, Zhang J. 2021. Multiple populations co-evolutionary particle swarm optimization for multi-objective cardinality constrained portfolio optimization problem. *Neurocomputing*. 430:58–70. doi:https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.12.022.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Daftar saham yang terdaftar pada indeks LQ45 selama Februari 2019 sampai Januari 2024

Periode				
Feb 19 –Jul 19	Agu 19 –Jan 20	Feb 20 – Jul 20	Agu 20 – Jan 21	Feb 21 – Jul 21
ADHI	ADRO	ACES	ACES	ACES
ADRO	AKRA	ADRO	ADRO	ADRO
AKRA	ANTM	AKRA	AKRA	AKRA
ANTM	ASII	ANTM	ANTM	ANTM
ASII	BBCA	ASII	ASII	ASII
BBCA	BBNI	BBCA	BBCA	BBCA
BBNI	BBRI	BBNI	BBNI	BBNI
BBRI	BBTN	BBRI	BBRI	BBRI
BBTN	BMRI	BBTN	BBTN	BBTN
BMRI	BRPT	BMRI	BMRI	BMRI
BRPT	BSDE	BRPT	BSDE	BSDE
BSDE	BTPS	BSDE	BTPS	BTPS
CPIN	CPIN	BTPS	CPIN	CPIN
ELSA	CTRA	CPIN	CTRA	CTRA
ERAA	ERAA	CTRA	ERAA	ERAA
EXCL	EXCL	ERAA	EXCL	EXCL
GGRM	GGRM	EXCL	GGRM	GGRM
HMSP	HMSP	GGRM	HMSP	HMSP
ICBP	ICBP	HMSP	ICBP	ICBP
INCO	INCO	ICBP	INCO	INCO
INDF	INDF	INCO	INDF	INDF
INDY	INDY	INDF	INKP	INKP
INKP	INKP	INKP	INTP	INTP
INTP	INTP	INTP	ITMG	ITMG
ITMG	ITMG	ITMG	JPFA	JPFA
JSMR	JPFA	JPFA	JSMR	JSMR
KLBF	JSMR	JSMR	KLBF	KLBF
LPPF	KLBF	KLBF	MDKA	MDKA
MEDC	LPPF	LPPF	MIKA	MEDC
MNCN	MEDC	MNCN	MNCN	MIKA
PGAS	MNCN	PGAS	PGAS	MNCN
PTBA	PGAS	PTBA	PTBA	PGAS
PTPP	PTBA	PTPP	PTPP	PTBA
PWON	PTPP	PWON	PWON	PTPP
SCMA	PWON	SCMA	SCMA	PWON
SMGR	SCMA	SMGR	SMGR	SMGR
SRIL	SMGR	SRIL	SMRA	SMRA
TKIM	SRIL	TBIG	SRIL	TBIG
TLKM	TKIM	TKIM	TBIG	TKIM
TPIA	TLKM	TLKM	TKIM	TLKM
UNTR	TPIA	TOWR	TLKM	TOWR
UNVR	UNTR	UNTR	TOWR	TPIA
WIKA	UNVR	UNVR	UNTR	UNTR
WSBP	WIKA	WIKA	UNVR	UNVR
WSKT	WSKT	WSKT	WIKA	WIKA

Periode				
Agu 21 – Jan 22	Feb 22 – Jul 22	Agu 22 – Jan 23	Feb 23 – Jul 23	Agu 23 – Jan 24
ACES	ADRO	ADRO	ACES	ACES
ADRO	AMRT	AMRT	ADRO	ADRO
AKRA	ANTM	ANTM	AKRA	AKRA
ANTM	ASII	ARTO	AMRT	AMRT
ASII	BBCA	ASII	ANTM	ANTM
BBCA	BBNI	BBCA	ARTO	ARTO
BBNI	BBRI	BBNI	ASII	ASII
BBRI	BBTN	BBRI	BBCA	BBCA
BBTN	BFIN	BBTN	BBNI	BBNI
BMRI	BMRI	BFIN	BBRI	BBRI
BRPT	BRPT	BMRI	BBTN	BBTN
BSDE	BUKA	BRIS	BMRI	BMRI
CPIN	CPIN	BRPT	BRIS	BRIS
ERAA	EMTK	BUKA	BRPT	BRPT
EXCL	ERAA	CPIN	BUKA	BUKA
GGRM	EXCL	EMTK	CPIN	CPIN
HMSP	GGRM	ERAA	EMTK	EMTK
ICBP	HMSP	EXCL	ESSA	ESSA
INCO	HRUM	GOTO	EXCL	EXCL
INDF	ICBP	HMSP	GOTO	GGRM
INKP	INCO	HRUM	HRUM	GOTO
INTP	INDF	ICBP	ICBP	HRUM
ITMG	INKP	INCO	INCO	ICBP
JPFA	INTP	INDF	INDF	INCO
JSMR	ITMG	INDY	INDY	INDF
KLBF	JPFA	INKP	INKP	INDY
MDKA	KLBF	INTP	INTP	INKP
MEDC	MDKA	ITMG	ITMG	INTP
MIKA	MEDC	JPFA	JPFA	ITMG
MNCN	MIKA	KLBF	KLBF	KLBF
PGAS	MNCN	MDKA	MDKA	MAPI
PTBA	PGAS	MEDC	MEDC	MDKA
PTPP	PTBA	MIKA	PGAS	MEDC
PWON	PTPP	MNCN	PTBA	PGAS
SMGR	SMGR	PGAS	SCMA	PTBA
SMRA	TBIG	PTBA	SIDO	SCMA
TBIG	TINS	SMGR	SMGR	SIDO
TINS	TKIM	TBIG	SRTG	SMGR
TKIM	TLKM	TINS	TBIG	SRTG
TLKM	TOWR	TLKM	TINS	TBIG
TOWR	TPIA	TOWR	TLKM	TLKM
TPIA	UNTR	TPIA	TOWR	TOWR
UNTR	UNVR	UNTR	TPIA	TPIA
UNVR	WIKA	UNVR	UNTR	UNTR
WIKA	WSKT	WIKA	UNVR	UNVR

Lampiran 2 Daftar *return* dan Standar Deviasi Saham yang Konsisten pada Indeks LQ45 mulai Februari 2019 sampai Januari 2024

Tanggal	ADRO	ANTM	ASII	BBCA	BBNI	BBRI
01/01/2019	0.14403	0.26144	0.02736	0.08365	0.03125	0.05191
01/02/2019	-0.05755	0.05181	-0.15385	-0.02130	-0.03030	0.00000
01/03/2019	0.02290	-0.12808	0.02098	-0.00091	0.06818	0.06753
01/04/2019	-0.02612	-0.02260	0.04452	0.04356	0.02128	0.06326
01/05/2019	-0.00766	-0.16185	-0.02295	0.01217	-0.12500	-0.06178
01/06/2019	0.05019	0.16552	0.00000	0.03007	0.09524	0.06341
01/07/2019	-0.06618	0.10651	-0.06040	0.03253	-0.07880	0.02752
01/08/2019	-0.11417	0.14439	-0.04643	-0.01454	-0.09145	-0.04687
01/09/2019	0.14667	-0.08879	-0.01124	-0.00492	-0.04545	-0.03513
01/10/2019	0.01550	-0.08718	0.05303	0.03624	0.04422	0.02184
01/11/2019	-0.06107	-0.15730	-0.06475	-0.00159	-0.02280	-0.02850
01/12/2019	0.26423	0.12000	0.06538	0.06449	0.04667	0.07579
01/01/2020	-0.21222	-0.14286	-0.08303	-0.03067	-0.08280	0.01364
01/02/2020	-0.05714	-0.20139	-0.12992	-0.02932	-0.02431	-0.06054
01/03/2020	-0.14286	-0.21739	-0.29412	-0.12162	-0.45623	-0.27924
01/04/2020	-0.07071	0.13333	-0.01282	-0.06425	0.07330	-0.09603
01/05/2020	0.19565	0.04902	0.23896	0.00387	-0.06585	0.08059
01/06/2020	-0.09545	0.13084	0.00629	0.09730	0.19582	0.02712
01/07/2020	0.09045	0.20661	0.07292	0.09570	0.00437	0.04290
01/08/2020	0.00000	0.12329	-0.00971	0.00561	0.10870	0.11076
01/09/2020	0.04608	-0.14024	-0.12549	-0.13625	-0.12941	-0.13390
01/10/2020	-0.00881	0.49645	0.21637	0.06827	0.06757	0.10526
01/11/2020	0.23556	0.08531	-0.02304	0.07168	0.26582	0.21726
01/12/2020	0.02878	0.68996	0.13679	0.09106	0.02917	0.01956
01/01/2021	-0.16084	0.14729	0.01245	-0.00148	-0.10121	0.00240
01/02/2021	-0.01667	0.27928	-0.11475	-0.00740	0.07207	0.12679
01/03/2021	-0.00424	-0.20775	-0.02315	-0.07377	-0.03782	-0.06582
01/04/2021	0.05957	0.10667	0.04265	0.03057	-0.00437	-0.07955
01/05/2021	-0.04418	-0.01606	-0.04545	-0.00468	-0.05263	0.05185
01/06/2021	0.01261	-0.06122	-0.05905	-0.05490	-0.14259	-0.07512
01/07/2021	0.10788	0.09565	-0.04453	-0.00913	0.03240	-0.05838
01/08/2021	-0.05618	-0.05159	0.10699	0.09715	0.12971	0.05930
01/09/2021	0.39683	-0.04184	0.05263	0.06870	-0.00463	0.07763
01/10/2021	-0.04545	0.02183	0.09545	0.06786	0.30233	0.10390
01/11/2021	0.01190	-0.01709	-0.04149	-0.02676	-0.02857	-0.03765
01/12/2021	0.32353	-0.02174	-0.01299	0.00344	-0.00735	0.00489
01/01/2022	-0.00444	-0.21333	-0.03947	0.04452	0.08519	-0.00973
01/02/2022	0.09375	0.25424	0.05936	0.05574	0.09215	0.11794
01/03/2022	0.09796	0.09910	0.13362	-0.00932	0.03125	0.02418
01/04/2022	0.24164	0.06557	0.15209	0.01881	0.11818	0.04506
01/05/2022	-0.02096	-0.03462	-0.02970	-0.04615	-0.00542	-0.04928
01/06/2022	-0.12538	-0.28287	-0.09864	-0.06452	-0.14441	-0.10367
01/07/2022	0.13636	0.08611	-0.04528	0.01379	0.00000	0.05060
01/08/2022	0.08923	0.01790	0.10277	0.11565	0.08599	-0.00459
01/09/2022	0.11864	-0.02513	-0.05018	0.04268	0.05279	0.03456
01/10/2022	0.00505	-0.04897	0.00377	0.02924	0.04735	0.03563
01/11/2022	-0.02764	0.07588	-0.09023	0.05682	0.05319	0.07097

01/12/2022	-0.00517	0.00000	-0.05785	-0.08065	-0.06818	-0.00803
01/01/2023	-0.23117	0.16373	0.05263	-0.00877	-0.00813	-0.07287
01/02/2023	0.01014	-0.13853	0.01667	0.03245	-0.04098	0.01965
01/03/2023	-0.03010	0.05025	-0.01639	0.00000	0.06553	0.01285
01/04/2023	0.07931	0.00478	0.12500	0.03429	0.00802	0.07822
01/05/2023	-0.34824	-0.09762	-0.04444	0.00000	-0.03979	0.09314
01/06/2023	0.09314	0.02902	0.05039	0.01105	0.01105	-0.02691
01/07/2023	0.08072	0.01795	0.01107	-0.00273	-0.03005	0.04147
01/08/2023	0.10788	0.00252	-0.05839	0.00548	0.03380	-0.01770
01/09/2023	0.06742	-0.08794	-0.03488	-0.03815	0.12534	-0.05856
01/10/2023	-0.10175	-0.06061	-0.07229	-0.00850	-0.07215	-0.05072
01/11/2023	0.02344	0.02053	-0.06494	0.02571	0.10125	0.06351
01/12/2023	-0.09160	-0.02011	0.04630	0.04735	0.01896	0.08531
Mean	0.01938	0.02547	-0.00226	0.01125	0.00962	0.01213
Stadev	0.12913	0.16513	0.08931	0.05197	0.10726	0.07717

Tanggal	BBTN	BMRI	EXCL	HMSP	ICBP	INCO
01/01/2019	0.07874	0.01017	0.09596	0.03235	0.03110	0.18098
01/02/2019	-0.11314	-0.04362	0.10599	-0.00783	-0.05104	-0.02857
01/03/2019	0.00823	0.04912	0.11667	-0.01316	-0.08802	-0.09358
01/04/2019	0.03265	0.03344	0.08955	-0.06667	0.04290	-0.10029
01/05/2019	-0.02372	-0.00647	-0.02055	-0.03429	0.00771	-0.11475
01/06/2019	-0.00405	0.04560	0.04196	-0.07101	0.03571	0.15556
01/07/2019	0.00000	-0.00623	0.08389	-0.03503	0.05419	-0.02885
01/08/2019	-0.18699	-0.09091	0.07740	-0.11221	0.12617	0.16502
01/09/2019	-0.02000	-0.03793	-0.01149	-0.14870	-0.00207	-0.00567
01/10/2019	-0.05102	0.00717	0.03198	-0.06987	-0.03326	0.05698
01/11/2019	0.14516	-0.00712	-0.05915	-0.09155	-0.02581	-0.19137
01/12/2019	-0.00469	0.10036	-0.05689	0.08527	-0.01545	0.21333
01/01/2020	-0.11792	-0.01629	-0.07937	-0.01429	0.02018	-0.13187
01/02/2020	-0.09091	-0.03642	-0.10690	-0.17874	-0.09670	-0.22468
01/03/2020	-0.50588	-0.35670	-0.22780	-0.16176	-0.00487	-0.11837
01/04/2020	0.04762	-0.04701	0.27000	0.11930	-0.03423	0.18981
01/05/2020	-0.13636	0.00224	0.01969	0.21630	-0.17468	0.08171
01/06/2020	0.63816	0.10738	0.06950	-0.15206	0.14724	0.00719
01/07/2020	0.01606	0.17172	-0.09747	0.03647	-0.01604	0.22143
01/08/2020	0.24506	0.02586	-0.02400	-0.03226	0.11141	0.10819
01/09/2020	-0.23810	-0.16639	-0.16803	-0.15152	-0.01467	-0.06069
01/10/2020	0.15833	0.16431	0.00000	0.01071	-0.04218	0.13764
01/11/2020	0.18345	0.09524	0.18719	0.07774	0.02591	0.13827
01/12/2020	0.04863	0.00000	0.13278	-0.01311	-0.03283	0.10629
01/01/2021	-0.08986	0.03953	-0.18681	-0.12957	-0.04961	0.07843
01/02/2021	0.31847	-0.06464	-0.00901	0.01908	-0.05769	0.10455
01/03/2021	-0.16908	0.00000	-0.05000	0.02996	0.07289	-0.27901
01/04/2021	-0.07558	0.00407	0.00000	-0.04000	-0.05435	0.05251
01/05/2021	0.02830	-0.02834	0.17703	-0.03788	-0.05747	0.02603
01/06/2021	-0.16208	-0.01667	0.08537	-0.04331	-0.00610	-0.02537
01/07/2021	-0.04015	-0.03390	0.00749	-0.13992	-0.00307	0.19306
01/08/2021	0.06844	0.07018	-0.00743	-0.04306	0.03692	-0.07727
01/09/2021	0.01068	0.00820	0.13858	0.03000	-0.00890	-0.09557

01/10/2021	0.25352	0.16667	0.01316	0.00485	0.05389	0.05664
01/11/2021	-0.03933	-0.02439	-0.00325	-0.03865	-0.03977	-0.01237
01/12/2021	0.01170	0.00357	0.03257	-0.03015	0.02959	-0.02296
01/01/2022	-0.02312	0.06406	0.04732	-0.02073	0.00287	0.00641
01/02/2022	0.05030	0.03010	-0.13855	0.02116	-0.02579	0.14650
01/03/2022	-0.03380	0.02597	-0.07343	-0.04145	-0.13529	0.24074
01/04/2022	0.07580	0.13291	0.20377	0.04865	0.03741	0.08955
01/05/2022	-0.07859	-0.05028	-0.17241	0.14948	0.12459	0.12671
01/06/2022	-0.14412	-0.06765	-0.01515	-0.12556	0.11370	-0.31307
01/07/2022	0.01031	0.04416	-0.08846	-0.04615	-0.07592	0.07965
01/08/2022	0.02381	0.06949	0.10970	-0.02151	-0.05949	0.00000
01/09/2022	-0.01329	0.06497	-0.06464	0.00000	0.04217	0.04918
01/10/2022	0.04040	0.11936	0.02439	0.10440	0.12428	0.01563
01/11/2022	-0.00647	-0.00237	-0.13889	-0.03980	0.03856	0.13462
01/12/2022	-0.01005	-0.05701	-0.01382	-0.12953	-0.00990	-0.03729
01/01/2023	0.00741	0.00252	0.07477	0.16071	0.01000	0.04577
01/02/2023	-0.02574	0.00503	-0.09130	0.21538	0.00248	-0.08081
01/03/2023	-0.07547	0.03250	-0.05263	-0.05063	-0.01481	-0.02564
01/04/2023	0.01633	0.00242	-0.11616	-0.09778	0.06015	0.04887
01/05/2023	0.02811	-0.02415	0.13429	-0.03448	0.10638	-0.09677
01/06/2023	0.03125	0.02970	-0.01511	-0.03571	-0.03205	0.00000
01/07/2023	-0.00379	0.10096	0.16113	-0.03704	-0.01104	0.09127
01/08/2023	-0.04563	0.05240	0.10132	-0.03297	0.00000	-0.14182
01/09/2023	-0.02789	0.00000	-0.04800	-0.01705	-0.01116	-0.04237
01/10/2023	0.00410	-0.05809	-0.04622	0.05202	-0.06546	-0.12389
01/11/2023	0.05714	0.03084	-0.06608	0.04945	0.11594	-0.09091
01/12/2023	-0.03475	0.03419	-0.05660	-0.06283	-0.08442	-0.04222
Mean	0.00078	0.01173	0.00546	-0.01977	0.00234	0.01237
Stadev	0.14629	0.07995	0.10398	0.08639	0.06602	0.12313

Tanggal	INDF	INTP	KLBF	MNCN	PGAS	PTBA
01/01/2019	0.04027	0.04201	0.05263	0.22464	0.21226	0.00233
01/02/2019	-0.08710	0.00000	-0.06563	0.10651	-0.01167	-0.07657
01/03/2019	-0.09894	0.11053	0.01672	-0.19786	-0.07087	0.05779
01/04/2019	0.09020	0.03044	0.01645	0.25333	-0.01695	-0.05938
01/05/2019	-0.05036	-0.03636	-0.09061	0.21277	-0.11207	-0.22727
01/06/2019	0.06439	-0.05660	0.03915	-0.08772	0.02427	-0.03268
01/07/2019	0.00712	0.12375	0.00685	0.32212	-0.02844	-0.07432
01/08/2019	0.12014	-0.03337	0.14966	-0.09818	-0.06341	-0.09854
01/09/2019	-0.02839	-0.13809	-0.00888	-0.00403	0.09375	-0.08502
01/10/2019	0.00000	0.06809	-0.04776	0.06478	0.00476	-0.00442
01/11/2019	0.03247	-0.03000	-0.04389	-0.04943	-0.09005	0.07556
01/12/2019	-0.00314	-0.01933	0.06230	0.30400	0.13021	0.09917
01/01/2020	-0.01262	-0.13403	-0.11728	-0.02454	-0.21429	-0.16917
01/02/2020	-0.16933	-0.09408	-0.14685	-0.19182	-0.24927	0.01357
01/03/2020	-0.02308	-0.16248	-0.01639	-0.29572	-0.39453	-0.02679
01/04/2020	0.02756	-0.06800	0.20000	0.01105	0.10323	-0.13991
01/05/2020	-0.11877	0.03863	-0.01736	-0.07104	0.00585	0.03733
01/06/2020	0.13478	-0.02479	0.03180	0.06471	0.31977	0.03856
01/07/2020	-0.01149	0.04873	0.07192	-0.09392	0.11454	0.00495

01/08/2020	0.18217	-0.04040	0.00958	0.08537	-0.00791	0.00493
01/09/2020	-0.06230	-0.12421	-0.01899	-0.19101	-0.26295	-0.03431
01/10/2020	-0.02098	0.17548	-0.01613	0.15278	0.16216	-0.00508
01/11/2020	0.01429	0.16973	-0.01311	0.22289	0.29302	0.20408
01/12/2020	-0.03521	0.01224	-0.01661	0.12315	0.19065	0.19068
01/01/2021	-0.11679	-0.07599	-0.01014	-0.09211	-0.18731	-0.08185
01/02/2021	0.00000	-0.06542	0.00341	0.09662	0.07063	0.05039
01/03/2021	0.09091	-0.02200	0.06803	-0.15859	-0.08681	-0.03321
01/04/2021	-0.01136	0.05112	-0.08280	0.02618	-0.06844	-0.09542
01/05/2021	-0.02682	-0.05837	0.00694	-0.05612	-0.08980	-0.06751
01/06/2021	-0.02756	-0.14876	-0.03448	0.00541	-0.09865	-0.09502
01/07/2021	-0.01619	-0.14563	-0.10000	-0.15054	-0.02985	0.11500
01/08/2021	0.01646	0.27841	0.06746	0.10759	0.06154	-0.05381
01/09/2021	0.02834	-0.06667	0.06320	-0.04571	0.14976	0.30806
01/10/2021	0.00000	0.12619	0.11888	0.07784	0.26891	-0.02899
01/11/2021	-0.00787	-0.10571	0.00000	0.06667	-0.00662	-0.02985
01/12/2021	0.00397	0.14421	0.00938	-0.06250	-0.08333	0.04231
01/01/2022	0.00000	-0.09504	0.01548	-0.05556	0.00364	0.05166
01/02/2022	-0.01976	0.00000	0.00305	0.02353	0.04348	0.10175
01/03/2022	-0.04032	-0.01598	-0.02128	0.14368	-0.02431	0.04777
01/04/2022	0.05882	-0.02784	0.01863	0.01005	0.03203	0.16109
01/05/2022	0.04762	-0.07160	0.02134	-0.03483	0.24138	0.18586
01/06/2022	0.06818	-0.02571	-0.00896	-0.03608	-0.11667	-0.15673
01/07/2022	-0.03546	-0.01847	-0.02410	0.12834	0.05660	0.12565
01/08/2022	-0.08456	0.01613	0.03704	-0.13270	0.09524	-0.01163
01/09/2022	-0.03213	0.00529	0.08929	-0.09290	-0.04620	-0.01882
01/10/2022	0.07054	-0.02368	0.12022	-0.01205	0.12536	-0.06235
01/11/2022	0.00000	0.07278	0.00976	-0.03049	-0.04810	-0.02813
01/12/2022	0.04264	-0.00503	0.00966	-0.06918	-0.06383	-0.02895
01/01/2023	0.00000	0.01010	-0.01435	-0.06081	-0.12216	-0.07859
01/02/2023	-0.03717	0.11250	0.02427	-0.06475	0.01294	0.13529
01/03/2023	-0.04247	-0.05393	-0.00474	-0.09231	-0.11821	0.03368
01/04/2023	0.04032	0.03088	0.00952	0.00000	0.03623	0.03759
01/05/2023	0.10078	-0.08756	-0.04245	0.08475	0.00000	-0.26087
01/06/2023	0.03521	0.00253	0.00985	0.01563	-0.08741	-0.12418
01/07/2023	-0.00340	0.05038	-0.06585	-0.03077	0.04598	0.03358
01/08/2023	-0.03072	0.02638	-0.05222	-0.16667	0.00733	0.03249
01/09/2023	-0.06690	-0.07009	-0.03306	-0.07429	0.00000	-0.02098
01/10/2023	0.00377	-0.06784	-0.03704	0.01646	-0.08727	-0.11429
01/11/2023	-0.03383	0.09973	-0.04438	-0.20243	-0.11155	-0.02419
01/12/2023	0.00389	-0.07843	-0.00310	-0.02030	0.01345	0.00826
Mean	-0.00050	-0.00742	0.00273	-0.00160	-0.00133	-0.00416
Stadev	0.06216	0.08848	0.06062	0.12876	0.13395	0.10336

Tanggal	SMGR	TLKM	UNTR	UNVR	WIKA
01/01/2019	0.10217	0.04000	-0.05941	0.10132	0.14502
01/02/2019	-0.00197	-0.01026	0.03013	-0.02650	-0.05805
01/03/2019	0.09684	0.02591	0.01887	0.01079	0.20448
01/04/2019	-0.02703	-0.04293	0.00648	-0.07520	0.12558
01/05/2019	-0.14444	0.02902	-0.06716	-0.02198	-0.06198

01/06/2019	0.00216	0.06154	0.11243	0.01124	0.07048
01/07/2019	0.11231	0.03865	-0.11613	-0.03111	-0.03704
01/08/2019	0.02913	0.03488	-0.16048	0.12041	-0.05556
01/09/2019	-0.12830	-0.03146	-0.01673	-0.04811	-0.12896
01/10/2019	0.09524	-0.04640	0.05346	-0.05968	0.02857
01/11/2019	-0.09486	-0.04380	-0.03460	-0.04403	-0.12374
01/12/2019	0.04803	0.01018	0.02867	0.00478	0.14697
01/01/2020	-0.00417	-0.04282	-0.10801	-0.05357	-0.05025
01/02/2020	-0.12343	-0.08158	-0.13542	-0.14151	-0.00794
01/03/2020	-0.27208	-0.09456	0.01807	0.06227	-0.55467
01/04/2020	0.04262	0.10759	-0.03550	0.14138	0.13772
01/05/2020	0.23270	-0.10000	-0.03681	-0.06344	0.14211
01/06/2020	-0.01786	-0.03175	0.05414	0.01935	0.10599
01/07/2020	-0.04156	0.00000	0.29003	0.06329	-0.00833
01/08/2020	0.14363	-0.06230	0.07728	-0.02083	0.04202
01/09/2020	-0.13033	-0.10490	-0.00870	-0.01520	-0.11694
01/10/2020	0.04360	0.02344	-0.07346	-0.03395	0.10046
01/11/2020	0.22193	0.23282	0.08876	-0.01278	0.34440
01/12/2020	0.06197	0.02477	0.15652	-0.04854	0.22531
01/01/2021	-0.14688	-0.06042	-0.14098	-0.05782	-0.09320
01/02/2021	-0.03774	0.12219	-0.01313	0.01083	-0.03333
01/03/2021	0.02206	-0.02006	-0.01885	-0.06071	-0.11782
01/04/2021	0.00000	-0.06433	-0.04294	-0.08745	-0.06189
01/05/2021	-0.06954	0.07500	0.06494	-0.02500	-0.13194
01/06/2021	-0.02062	-0.08430	-0.10200	-0.15385	-0.20800
01/07/2021	-0.18947	0.02857	-0.03457	-0.14747	-0.07071
01/08/2021	0.20130	0.04938	0.02685	-0.04028	0.02174
01/09/2021	-0.11351	0.08529	0.29514	-0.02469	0.28723
01/10/2021	0.10976	0.02981	-0.09423	0.11899	0.02893
01/11/2021	-0.12088	0.05000	-0.09342	0.01357	-0.06827
01/12/2021	-0.09375	0.01253	0.03747	-0.08259	-0.04741
01/01/2022	-0.07241	0.03713	0.04402	-0.01946	-0.06335
01/02/2022	0.07063	0.03580	0.07676	-0.08685	-0.02415
01/03/2022	-0.07639	0.05530	0.02610	-0.00543	-0.01485
01/04/2022	-0.03759	0.00873	0.18493	0.06284	-0.04523
01/05/2022	0.14062	-0.06710	0.03386	0.21594	0.01579
01/06/2022	-0.02397	-0.07193	-0.09265	0.00846	0.00518
01/07/2022	-0.08421	0.05750	0.13732	-0.05451	-0.03608
01/08/2022	0.01149	0.07801	0.04799	0.01774	0.14439
01/09/2022	0.13258	-0.02193	-0.03028	0.05229	-0.13551
01/10/2022	0.06355	-0.01570	-0.01599	-0.03934	-0.01622
01/11/2022	-0.04403	-0.07973	-0.04644	0.03448	0.02198
01/12/2022	-0.13246	-0.07178	-0.15341	-0.02083	-0.13978
01/01/2023	0.12548	0.02667	-0.05849	-0.00851	-0.13750
01/02/2023	-0.02365	0.00779	0.13646	-0.10300	-0.08696
01/03/2023	-0.12803	0.04639	0.04301	0.04067	-0.18254
01/04/2023	-0.05556	0.04680	-0.00687	0.01149	0.17476
01/05/2023	-0.02521	-0.04941	-0.23097	0.02955	-0.39504
01/06/2023	0.04741	-0.00990	0.04724	-0.05960	0.37978
01/07/2023	0.14815	-0.07000	0.18260	-0.09624	-0.13267
01/08/2023	-0.02509	0.00269	-0.05540	-0.04675	-0.10046

01/09/2023	-0.05515	0.00536	0.08654	0.01907	0.16244
01/10/2023	-0.05058	-0.06933	-0.11062	-0.03209	-0.16157
01/11/2023	0.06557	0.07736	-0.12836	0.00829	-0.01563
01/12/2023	-0.01538	0.05053	0.03311	-0.03288	-0.36508
Mean	-0.00429	0.00282	0.00195	-0.01338	-0.01712
Stadev	0.10428	0.06371	0.10322	0.06794	0.16176

Lampiran 3 Menentukan solusi optimal portofolio saham model MAD

```
using JuMP
using GLPK
# definisikan objek model
model = Model(GLPK.Optimizer)

# definisikan peubah
@variable(model, p1 >= 0)
@variable(model, p2 >= 0)
@variable(model, p3 >= 0)
@variable(model, p4 >= 0)
@variable(model, p5 >= 0)
@variable(model, p6 >= 0)
@variable(model, p7 >= 0)
@variable(model, p8 >= 0)
@variable(model, p9 >= 0)
@variable(model, p10 >= 0)
@variable(model, p11 >= 0)
@variable(model, p12 >= 0)
@variable(model, x1 >= 0)
@variable(model, x2 >= 0)
@variable(model, x3 >= 0)
@variable(model, x4 >= 0)
@variable(model, x5 >= 0)
@variable(model, x6 >= 0)
@variable(model, x7 >= 0)
@variable(model, x8 >= 0)
@variable(model, x9 >= 0)
@variable(model, x10 >= 0)
@variable(model, Z1, Bin)
@variable(model, Z2, Bin)
@variable(model, Z3, Bin)
@variable(model, Z4, Bin)
@variable(model, Z5, Bin)
@variable(model, Z6, Bin)
@variable(model, Z7, Bin)
@variable(model, Z8, Bin)
@variable(model, Z9, Bin)
@variable(model, Z10, Bin)
```

```
# definisikan kendala
@constraint(model, p1 - 0.02301x1 - 0.00391x2 - 0.01869x3 + 0.05759x4 - 0.02176x5 + 0.00718x6 + 0.02196x7 - 0.05516x8 - 0.02436x9 - 0.00409x10 >= 0)
@constraint(model, p2 - 0.02288x1 + 0.00734x2 - 0.00905x3 + 0.02124x4 - 0.02503x5 + 0.05990x6 + 0.00409x7 - 0.03737x8 - 0.00718x9 - 0.02336x10 >= 0)
@constraint(model, p3 - 0.03397x1 - 0.00153x2 + 0.01407x3 - 0.01921x4 - 0.00410x5 - 0.01620x6 - 0.01365x7 + 0.01979x8 + 0.01038x9 + 0.00932x10 >= 0)
@constraint(model, p4 + 0.02055x1 + 0.01360x2 + 0.01557x3 - 0.05831x4 - 0.02666x5 - 0.10148x6 + 0.01651x7 - 0.00937x8 - 0.01130x9 + 0.00436x10 >= 0)
@constraint(model, p5 + 0.08629x1 - 0.01852x2 + 0.01589x3 + 0.01513x4 + 0.02187x5 - 0.06522x6 +0.00953x7 - 0.01017x8 + 0.00303x9 - 0.04284x10 >= 0)
@constraint(model, p6 - 0.01095x1 + 0.00716x2 - 0.00794x3 + 0.02709x4 + 0.04594x5 - 0.03148x6 + 0.00260x7 + 0.03603x8 - 0.01107x9 + 0.00674x10 >= 0)
@constraint(model, p7 + 0.05080x1 - 0.05347x2 + 0.03072x3 + 0.00888x4 + 0.01146x5 - 0.01461x6 - 0.02113x7 + 0.00114x8 + 0.00253x9 + 0.01941x10 >= 0)
@constraint(model, p8 + 0.00725x1 - 0.01725x2 - 0.03666x3 - 0.01914x4 + 0.03761x5 + 0.06833x6 - 0.00456x7 - 0.02207x8 - 0.00366x9 + 0.01215x10 >= 0)
@constraint(model, p9 - 0.02893x1 + 0.05228x2 + 0.01690x3 - 0.06995x4 - 0.01524x5 + 0.00929x6 - 0.00412x7 - 0.00481x8 + 0.01231x9 + 0.00747x10 >= 0)
@constraint(model, p10 + 0.02373x1 - 0.01143x2 + 0.00570x3 + 0.00489x4 + 0.02307x5 - 0.00560x6 - 0.02447x7 + 0.02476x8 + 0.04354x9 + 0.00098x10 >= 0)
@constraint(model, p11 + 0.00711x1 + 0.01918x2 - 0.00841x3 + 0.00201x4 - 0.00735x5 + 0.04096x6 + 0.00950x7 + 0.02139x8 - 0.02387x9 + 0.00694x10 >= 0)
@constraint(model, p12 - 0.07599x1 + 0.00655x2 - 0.01807x3 + 0.02973x4 - 0.03982x5 + 0.04894x6 + 0.00374x7 + 0.03581x8 + 0.00968x9 + 0.00295x10 >= 0)
@constraint(model, p1 + 0.02301x1 + 0.00391x2 + 0.01869x3 - 0.05759x4 + 0.02176x5 - 0.00718x6 - 0.02196x7 + 0.05516x8 + 0.02436x9 + 0.00409x10 >= 0)
@constraint(model, p2 + 0.02288x1 - 0.00734x2 + 0.00905x3 - 0.02124x4 + 0.02503x5 - 0.05990x6 - 0.00409x7 + 0.03737x8 + 0.00718x9 + 0.02336x10 >= 0)
@constraint(model, p3 + 0.03397x1 + 0.00153x2 - 0.01407x3 + 0.01921x4 + 0.00410x5 + 0.01620x6 + 0.01365x7 - 0.01979x8 - 0.01038x9 - 0.00932x10 >= 0)
@constraint(model, p4 - 0.02055x1 - 0.01360x2 - 0.01557x3 + 0.05831x4 + 0.02666x5 + 0.10148x6 - 0.01651x7 + 0.00937x8 + 0.01130x9 - 0.00436x10 >= 0)
@constraint(model, p5 - 0.08629x1 + 0.01852x2 - 0.01589x3 - 0.01513x4 - 0.02187x5 + 0.06522x6 - 0.00953x7 + 0.01017x8 - 0.00303x9 + 0.04284x10 >= 0)
@constraint(model, p6 + 0.01095x1 - 0.00716x2 + 0.00794x3 - 0.02709x4 - 0.04594x5 + 0.03148x6 - 0.00260x7 - 0.03603x8 + 0.01107x9 - 0.00674x10 >= 0)
@constraint(model, p7 - 0.05080x1 + 0.05347x2 - 0.03072x3 - 0.00888x4 - 0.01146x5 + 0.01461x6 + 0.02113x7 - 0.00114x8 - 0.00253x9 - 0.01941x10 >= 0)
@constraint(model, p8 - 0.00725x1 +0.01725x2 + 0.03666x3 + 0.01914x4 - 0.03761x5 - 0.06833x6 + 0.00456x7 + 0.02207x8 + 0.00366x9 - 0.01215x10 >= 0)
@constraint(model, p9 + 0.02893x1 - 0.05228x2 - 0.01690x3 + 0.06995x4 + 0.01524x5 - 0.00929x6 + 0.00412x7 + 0.00481x8 - 0.01231x9 - 0.00747x10 >= 0)
```

```
@constraint(model, p10 - 0.02373x1 + 0.01143x2 - 0.00570x3 - 0.00489x4 - 0.02307x5 + 0.00560x6 + 0.02447x7 - 0.02476x8 - 0.04354x9 - 0.00098x10 >= 0)
@constraint(model, p11 - 0.00711x1 - 0.01918x2 + 0.00841x3 - 0.00201x4 + 0.00735x5 - 0.04096x6 - 0.00950x7 - 0.02139x8 + 0.02387x9 - 0.00694x10 >= 0)
@constraint(model, p12 + 0.07599x1 - 0.00655x2 + 0.01807x3 - 0.02973x4 + 0.03982x5 - 0.04894x6 - 0.00374x7 - 0.03581x8 - 0.00968x9 - 0.00295x10 >= 0)
@constraint(model, 0.02798x1 + 0.02282x2 + 0.01675x3 + 0.0158x4 + 0.01563x5 + 0.01311x6 + 0.01274x7 + 0.00819x8 + 0.00322x9 + 0.00288x10 == 0.01739)
@constraint(model, x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10 == 1)
@constraint(model, 0.05Z1 <= x1)
@constraint(model, 0.05Z2 <= x2)
@constraint(model, 0.05Z3 <= x3)
@constraint(model, 0.05Z4 <= x4)
@constraint(model, 0.05Z5 <= x5)
@constraint(model, 0.05Z6 <= x6)
@constraint(model, 0.05Z7 <= x7)
@constraint(model, 0.05Z8 <= x8)
@constraint(model, 0.05Z9 <= x9)
@constraint(model, 0.05Z1 <= x10)
@constraint(model, x1 <= 0.25Z1)
@constraint(model, x2 <= 0.25Z2)
@constraint(model, x3 <= 0.25Z3)
@constraint(model, x4 <= 0.25Z4)
@constraint(model, x5 <= 0.25Z5)
@constraint(model, x6 <= 0.25Z6)
@constraint(model, x7 <= 0.25Z7)
@constraint(model, x8 <= 0.25Z8)
@constraint(model, x9 <= 0.25Z9)
@constraint(model, x10 <= 0.25Z10)
@constraint(model, Z1 + Z2 + Z3 + Z4 + Z5 + Z6 + Z7 + Z8 + Z9 + Z10 == 7)

# definisikan fungsi tujuan
@objective(model, Min, (p1 + p2 + p3 + p4 + p5 + p6 + p7 + p8 + p9 + p10 + p11 + p12)/12)

# print model
print(model)

# optimasi model
optimize!(model)

# tampilkan solusi x, y dan fungsi objektif.
@show value(x1);
@show value(x2);
@show value(x3);
@show value(x4);
@show value(x5);
@show value(x6);
```

```
@show value(x7);
@show value(x8);
@show value(x9);
@show value(x10);
@show objective_value(model);
```

Lampiran 4 Menentukan solusi optimal portofolio saham model Semi-MAD

```
# definisikan objek model
model = Model(GLPK.Optimizer)

# definisikan peubah
@variable(model, p1 >= 0)
@variable(model, p2 >= 0)
@variable(model, p3 >= 0)
@variable(model, p4 >= 0)
@variable(model, p5 >= 0)
@variable(model, p6 >= 0)
@variable(model, p7 >= 0)
@variable(model, p8 >= 0)
@variable(model, p9 >= 0)
@variable(model, p10 >= 0)
@variable(model, p11 >= 0)
@variable(model, p12 >= 0)
@variable(model, x1 >= 0)
@variable(model, x2 >= 0)
@variable(model, x3 >= 0)
@variable(model, x4 >= 0)
@variable(model, x5 >= 0)
@variable(model, x6 >= 0)
@variable(model, x7 >= 0)
@variable(model, x8 >= 0)
@variable(model, x9 >= 0)
@variable(model, x10 >= 0)
@variable(model, Z1, Bin)
@variable(model, Z2, Bin)
@variable(model, Z3, Bin)
@variable(model, Z4, Bin)
@variable(model, Z5, Bin)
@variable(model, Z6, Bin)
@variable(model, Z7, Bin)
@variable(model, Z8, Bin)
@variable(model, Z9, Bin)
@variable(model, Z10, Bin)

@constraint(model, p1 - 0.02301x1 - 0.00391x2 - 0.01869x3 + 0.05759x4 -
0.02176x5 + 0.00718x6 + 0.02196x7 - 0.05516x8 - 0.02436x9 - 0.00409x10 >= 0)
```

@constraint(model, p2 - 0.02288x1 + 0.00734x2 - 0.00905x3 + 0.02124x4 - 0.02503x5 + 0.05990x6 + 0.00409x7 - 0.03737x8 - 0.00718x9 - 0.02336x10 >= 0)
@constraint(model, p3 - 0.03397x1 - 0.00153x2 + 0.01407x3 - 0.01921x4 - 0.00410x5 - 0.01620x6 - 0.01365x7 + 0.01979x8 + 0.01038x9 + 0.00932x10 >= 0)
@constraint(model, p4 + 0.02055x1 + 0.01360x2 + 0.01557x3 - 0.05831x4 - 0.02666x5 - 0.10148x6 + 0.01651x7 - 0.00937x8 - 0.01130x9 + 0.00436x10 >= 0)
@constraint(model, p5 + 0.08629x1 - 0.01852x2 + 0.01589x3 + 0.01513x4 + 0.02187x5 - 0.06522x6 +0.00953x7 - 0.01017x8 + 0.00303x9 - 0.04284x10 >= 0)
@constraint(model, p6 - 0.01095x1 + 0.00716x2 - 0.00794x3 + 0.02709x4 + 0.04594x5 - 0.03148x6 + 0.00260x7 + 0.03603x8 - 0.01107x9 + 0.00674x10 >= 0)
@constraint(model, p7 + 0.05080x1 - 0.05347x2 + 0.03072x3 + 0.00888x4 + 0.01146x5 - 0.01461x6 - 0.02113x7 + 0.00114x8 + 0.00253x9 + 0.01941x10 >= 0)
@constraint(model, p8 + 0.00725x1 - 0.01725x2 - 0.03666x3 - 0.01914x4 + 0.03761x5 + 0.06833x6 - 0.00456x7 - 0.02207x8 - 0.00366x9 + 0.01215x10 >= 0)
@constraint(model, p9 - 0.02893x1 + 0.05228x2 + 0.01690x3 - 0.06995x4 - 0.01524x5 + 0.00929x6 - 0.00412x7 - 0.00481x8 + 0.01231x9 + 0.00747x10 >= 0)
@constraint(model, p10 + 0.02373x1 - 0.01143x2 + 0.00570x3 + 0.00489x4 + 0.02307x5 - 0.00560x6 - 0.02447x7 + 0.02476x8 + 0.04354x9 + 0.00098x10 >= 0)
@constraint(model, p11 + 0.00711x1 + 0.01918x2 - 0.00841x3 + 0.00201x4 - 0.00735x5 + 0.04096x6 + 0.00950x7 + 0.02139x8 - 0.02387x9 + 0.00694x10 >= 0)
@constraint(model, p12 - 0.07599x1 + 0.00655x2 - 0.01807x3 + 0.02973x4 - 0.03982x5 + 0.04894x6 + 0.00374x7 + 0.03581x8 + 0.00968x9 + 0.00295x10 >= 0)
@constraint(model, 0.02798x1 + 0.02282x2 + 0.01675x3 + 0.0158x4 + 0.01563x5 + 0.01311x6 + 0.01274x7 + 0.00819x8 + 0.00322x9 + 0.00288x10 == 0.02)
@constraint(model, x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10 == 1)
@constraint(model, 0.05Z1 <= x1)
@constraint(model, 0.05Z2 <= x2)
@constraint(model, 0.05Z3 <= x3)
@constraint(model, 0.05Z4 <= x4)
@constraint(model, 0.05Z5 <= x5)
@constraint(model, 0.05Z6 <= x6)
@constraint(model, 0.05Z7 <= x7)
@constraint(model, 0.05Z8 <= x8)
@constraint(model, 0.05Z9 <= x9)
@constraint(model, 0.05Z1 <= x10)
@constraint(model, x1 <= 0.25Z1)
@constraint(model, x2 <= 0.25Z2)
@constraint(model, x3 <= 0.25Z3)
@constraint(model, x4 <= 0.25Z4)
@constraint(model, x5 <= 0.25Z5)
@constraint(model, x6 <= 0.25Z6)
@constraint(model, x7 <= 0.25Z7)
@constraint(model, x8 <= 0.25Z8)
@constraint(model, x9 <= 0.25Z9)
@constraint(model, x10 <= 0.25Z10)
@constraint(model, Z1 + Z2 + Z3 + Z4 + Z5 + Z6 + Z7 + Z8 + Z9 + Z10 == 7)

```
# definisikan fungsi tujuan
@objective(model, Min, (p1 + p2 + p3 + p4 + p5 + p6 + p7 + p8 + p9 + p10 + p11
+ p12)/12)

# print model
print(model)

# optimasi model
optimize!(model)

# tampilkan solusi x, y dan fungsi objektif.
@show value(x1);
@show value(x2);
@show value(x3);
@show value(x4);
@show value(x5);
@show value(x6);
@show value(x7);
@show value(x8);
@show value(x9);
@show value(x10);
@show objective_value(model);
```

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Kabupaten Cianjur pada 03 April 2001 sebagai anak 2 dari pasangan bapak Yusup Anep dan ibu Heni N Henriyani. Pendidikan sarjana ditempuh di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor, dan lulus pada tahun 2023. Kesempatan untuk melanjutkan ke program megister pada program studi Matematika Terapan Sekolah Pascasarjana IPB diperoleh pada tahun 2023 dengan beasiswa pendidikan pascasarjana yang diperoleh dari Program Sinergi S1-S2.

Selama menjadi mahasiswa S-2 Matematika Terapan IPB, penulis aktif dalam organisasi kemahasiswaan pascasarjana matematika sebagai Anggota Gugus Mahasiswa Pascasarjana Matematika (Gumapastika) periode 2023-2024. Selama aktif sebagai mahasiswa, penulis menerbitkan artikel dengan judul “Price Model with Generalized Wiener Process for Life Insurance Company Portfolio Optimization using Mean Absolute Deviation” pada Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika (JTAM) terakreditasi Sinta Grade 2. Peneliti merupakan salah satu penerima pendanaan program penelitian dan pengabidian kepada masyarakat Tahun 2024 dari Direktorat Riset, Teknologi, dan Pengabdian kepada Masyarakat (DRTPM). Selain itu, peneliti juga mendapat Beasiswa Harry Diah AAJI (BHD AAJI) dari Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) Tahun 2024.