PENERAPAN *LONGEVITY INDEX* PADA PENYESUAIAN PROYEKSI MORTALITAS UNTUK MENGATASI MASALAH YANG TIMBUL DARI *LONGEVITY RISK*

Wendy Onghawa

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia

Abstract

The increase in life expectancy alters relevant mortality risks and leads to longevity risk. While mortality projections cannot measure the value of longevity risk, accurate mortality projections can significantly reduce longevity risk. This re- search introduces a method of adjusting mortality projections for longevity risk that has occurred by utilizing a longevity index. The impact of longevity index on the mortality projections is explained using beta regression modelling, where higher values of the longevity index result in lower projected probabilities of survival. The method of adjusting mortality projections in this study is also compared to the Lee-Carter model. The proposed method of adjusting mortality projections in this study is tested using goodness-of-fit measures RMSE, MAPE, and MSE. The goodness-of-fit measures RMSE and MSE indicate that the proposed adjustment method in this study yields more accurate results compared to the Lee-Carter model. The RMSE, MAPE, and MSE values for the model in this study are also relatively low, with RMSE of 0.027813 for the male population and 0.026636 for the female population, MAPE of 7.5485% for males and 7.2158% for females, and MSE of 0.00077355 for males and 0.00070946 for females. These low values suggest that the model has low error rates and high accuracy

***Keywords**: Longevity Risk, Mortality Projection, Longevity Index, Model Lee-Carter, Regresi Beta.*

***JEL Coded** : G22(Risk Management),C53(Econometry Model)*

I. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Peningkatan mortalitas (*mortality improvement*) adalah penurunan pada angka kematian yang diamati dan diproyeksikan.Proyeksi mortalitas yang akurat diperlukan dalam perencanaan program kesehatan dan jaminan sosial. (2011) memperkirakan bahwa setiap peningkatan satu tahun pada angka harapan hidup di Amerika Serikat, SSA memerlukan tambahan biaya sebesar 50 miliar dollar AS. Perusahaan yang menawarkan program pensiun perlu memas- tikan adanya pendanaan yang sesuai untuk liabilitas masa depan, dan liabilitas masa depan ini bergantung pada tingkat mortalitas yang perlu diproyeksikan. Perusahaan asuransi menggunakan proyeksi mortalitas dalam penentuan harga kontrak yang berbentuk anuitas dan dalam penentuan cadangan kas yang diperlukan (Mitchell dkk, 2013).

Untuk menilai *longevity risk*, pemodelan mortalitas dan analisis skenario diperlukan. Akan tetapi, hasil perhitungan biaya yang dibutuhkan untuk risiko ini hanya dapat diterapkan apabila perkiraan proyeksi kematian dilakukan dengan akurat. Apabila proyeksi mortalitas ternyata tidak tepat, biaya yang dihitung untuk risiko ini tidak akan bisa menjamin tingkat keamanan yang diinginkan. Oleh karena itu, proyeksi mortalitas tidak bisa mengukur nilai *longevity risk*, tetapi proyeksi mortalitas yang tepat bisa mengurangi *longevity risk* secara signifikan. Hal ini mendorong aktuaris, perusahaan asuransi dan dana pensiun, serta lembaga jaminan sosial untuk konsisten berupaya dalam meningkatkan akurasi proyeksi mortalitas (Bo¨rger dan Aleksic, 2014).

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk:

1. Menunjukkan fenomena *longevity* yang terlihat pada nilai mortalitas.
2. Memperkenalkan metode penyesuaian proyeksi mortalitas yang mengikut sertakan risiko *longevity*.
3. Melakukan uji kebaikan metode proyeksi mortalitas yang mengikutsertakan risiko *longevity*.

II. Tinjauan Pustaka

2.1. Landasan Stokastik Aktuaria dan Konsep Dasar

2.1.1. Variabel *Random* & Teori Peluang

a. Variabel *Random*

Variabel *Random* (X) adalah fungsi bernilai riil yang memetakan hasil dari ruang sampel (*sample space*) ke bilangan riil. Dalam konteks mortalitas, variabel random yang relevan adalah usia hidup (T atau X). Terdapat dua jenis yaitu diskrit $(p(x))$ dan kontinu $(f(x))$, diskrit sebagai himpunan nilai yang terhitung dan kontinu adalah tak terhitung.

Kedua jenis variabel tersebut dihubungkan oleh Fungsi Distribusi Kumulat $(F(x) = p(X \leq x))$ yang menyatakan probabilitas suatu kejadian terjadi sebelum atau sama dengan nilai x.

b. Teori peluang

Teori peluang menyediakan kerangka kerja untuk mengukur ketidakpastian. Konsep yang paling penting dalam analisis *survival* adalah Peluang Bersyarat (*Conditional Probability*). Peluang Bersyarat (P(A|B))

didefinisikan sebagai peluang kejadian A terjadi, dengan asumsi kejadian $ telah terjadi (P(B) > 0).

$$P(A|\mathrm{B}) = \frac{P(A \cap \mathrm{B})}{P(B)}$$

2.1.2.Model Survival

Model *Survival* membentuk landasan matematis dalam aktuaria untuk menganalisis waktu hingga terjadinya peristiwa (*time-to-event*), yang dalam konteks ini adalah kematian. Analisis ini didasarkan pada variabel *random* usia hidup (t), yang memiliki tiga fungsi utama yang saling terkait: Fungsi *Survival*, Fungsi Kepadatan Peluang, dan Fungsi *Hazard*.

a. Fungsi *Survival* dan Probabilitas Aktuaria

Fungsi *Survival*, dinotasikan S(t), didefinisikan sebagai probabilitas seseorang bertahan hidup lebih lama dari waktu t, atau secara matematis: S(t) = P(T > t), Dari fungsi dasar ini, konsep probabilitas aktuaria diturunkan untuk seseorang yang berusia x tahun:

1. Probabilitas Hidup (tP_x) adalah peluang seseorang berusia x tahun untuk bertahan hidup hingga usia x+t

$$tP_x = P(T(x) > t) = \frac{S(x+t)}{S(x)}$$

2. Probabilitas Kematian (tq_x) adalah peluang seseorang berusia x tahun untuk meninggal sebelum mencapai usia $x+t$.

$$tq_x = 1 - tP_x = \frac{S(x) - (x+t)}{S(x)}$$

3. Probabilitas Kematian Tertunda (kq_x) adalah peluang seseorang bertahan hingga usia x+k kemudian meninggal dalam satu tahun berikutnya.

$$kq_x = kp_x . q_{x+k}$$

b. Percepatan Kematian (*Force of Mortality*)

Konsep yang identik dengan *hazard rate* dalam analisis *survival* adalah Percepatan Kematian atau *Force of Mortality*, dilambangkan $\mu(x).\mu(x)$ menyatakan tingkat kematian sesaat pada usia x.

Fungsi ini didefinisikan sebagai turunan logaritma negatif dari fungsi survival:

$$\mu(x) = \frac{fX(x)}{SX(x)} = -\frac{d}{dx}\ln\left(SX(x)\right)$$

Integrasi dari fungsi percepatan kematian ini menghasilkan hubungan kunci untuk proyeksi:

$$tP_x = e^{-}\int_x^{x+1} \mu(y)dy$$

Hubungan ini krusial karena menghubungkan tingkat kematian yang terus menerus $(\mu(x))$dengan probabilitas hidup diskret (tP_x) yang menjadi fokus utama dalam perhitungan liabilitas longevity risk.

2.1.3 Tabel Mortalitas & Konsep Aktuaria

Tabel Mortalitas adalah alat utama yang mendeskripsikan proses hidup dan mati suatu kelompok populasi (kohort), dimulai dari kelahiran hingga kepunahan total. Tabel ini berfungsi untuk mengkonversi probabilitas kontinu

dari Fungsi Survival menjadi ukuran diskret yang mudah diaplikasikan dalam perhitungan aktuaria.

Jumlah Orang Hidup (l_x) Merupakan harga harapan dari jumlah orang yang bertahan hidup mencapai usia x tahun. l_x dihitung dari fungsi *survival* S(x) dan jumlah awal kohort (l_0).

$$l_x = l_0.S(x)$$

Jumlah Kematian (td_x) Harga harapan jumlah orang yang meninggal antara usia $x \text{ dan } x + t$ tahun.

$$td_x = l_x + l_{x+t}$$

a.Probabilitas yang diturunkan

Komponen l_x digunakan untuk mendefinisikan probabilitas kunci yang diperluan untuk perhitungan asuransi dan pensiun dengan perhitungan:

1. Probabilitas hidup (tp_x) yaitu peluang seseorang berusia x akan hidup hingga usia x+t

$$tp_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

2. Probabilitas Kematian (tq_x) yaitu Peluang seseorang berusia x akan meninggal dalam waktu t tahun.

$$tp_x = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

Ukuran agregat penting untuk memproyeksikan total kewajiban yaitu jumlah tahun hidup total dan Tingkat kematian pusat dengan rumus sebagai berikut:

1. Jumlah Tahun Hidup Total (tL_x) yaitu harga harapan total jumlah tahun hidup yang akan dijalani kelompok l_x orang antara usia x dan x+t, dihitung melalui integrasi

$$tL_x = \int_0^t l_{x+n} dn$$

2. Tingkat Kematian Pusat (tm_x) yaitu Tingkat kematian rata-rata untuk kelompok usia x : x+t, digunakan model seperti Lee-Carter.

$$tm_x = \frac{td_x}{tL_x}$$

2.2.Aktuaria Keuangan dan Pengukuran Bunga

Pengukuran bunga adalah dasar dalam aktuaria keuangan untuk menentukan nilai waktu dari uang (*time value of money*). Bunga didefinisikan sebagai kompensasi atas penggunaan kapital.

2.2.1. Fungsi Akumulasi dan Nilai Sekarang

1. Fungsi Akumulasi (a(t)) yaitu memetakan nilai pokok (*principal*) sebesar satu unit menjadi nilai akumulasi (*accumulated value*) setelah waktu t. Fungsi ini memungkinkan perhitungan Fungsi Jumlah (A(t)=k.a(t)) dan bunga yang diperoleh ($I_n = A(n) - A(n-1)$).
2. Nilai Sekarang (*Present Value*) yaitu kebalikan dari fungsi akumulasi, digunakan untuk mengetahui nilai investasi awal yang dibutuhkan untuk mencapai nilai tertentu di masa depan. Konsep ini diwakili oleh factor diskonto ($v = \frac{1}{1+i}$) dan fungsi diskonto (a^{-1}(t)).

2.2.2. Tingkat Bunga dan Diskonto Dasar

Pengukuran bunga didasarkan pada Tingkat bunga dan diskonto efektif, yang menjadi dasar perhitungan liabilitas aktuaria berikut:

Konsep	Notasi	Definisi
Tingkat Bunga Efektif	*i*	Jumlah uang yang diperoleh per satu unit investasi di akhir periode
Tingkat Diskonto Efektif	*d*	Rasio jumlah bunga terhadap nilai investasi di akhir period ($d = \frac{I_n}{A(n)}$).
Hubungan Kunci	Hubungan antara bunga, diskonto dan factor diskonto: $i = \frac{d}{1-d}$ dan $d = iv$ serta $v = \frac{1}{1+i}$.	

Table 1. Hubungan Tingkat Bunga dan Diskonto

2.2.3. Jenis bunga dan laju bunga

1. Bunga Majemuk (*Compound Interest*): Merupakan asumsi yang paling relevan dalam aktuaria, di mana bunga yang diperoleh pada satu periode ikut dibungakan di periode berikutnya $(a(t) = (1+i)^t)$.
2. Tingkat Nominal: Jika bunga atau diskonto dibayarkan m kali dalam satu periode, digunakan Tingkat Bunga Nominal $(i^{(m)})$ atau Tingkat Diskonto Nominal $\left(d^{(m)}\right)$.
3. Laju Bunga (*Force of Interest*), Ukuran intensitas bunga yang beroperasi secara kontinu. Laju bunga sering diasumsikan konstan $(\delta_t = \delta)$ yang memiliki hubungan langsung dengan bunga efektif $\delta = \ln(1+i)$

Relevansi dalam Penelitian yaitu konsep Nilai Sekarang dan Laju Bunga/Diskonto adalah esensial untuk mendiskontokan liabilitas anuitas dan pensiun di masa depan kembali ke nilai hari ini, memungkinkan perbandingan yang adil antara proyeksi mortalitas yang berbeda.

III.Metodologi Penelitian

3.1.Persiapan Data dan Proyeksi Dasar

3.1.1.Data & Fenomena *Longevity*

Data Mortalitas diperoleh dari *Social Security Administration* (SSA), Administrasi Jaminan Sosial (*Social Security Administration atau SSA*) adalah lembaga pemerintah federal di Amerikat Serikat yang bertanggung jawab atas program-program jaminan sosial negara tersebut.

Populasi daerah SSA terdiri dari:

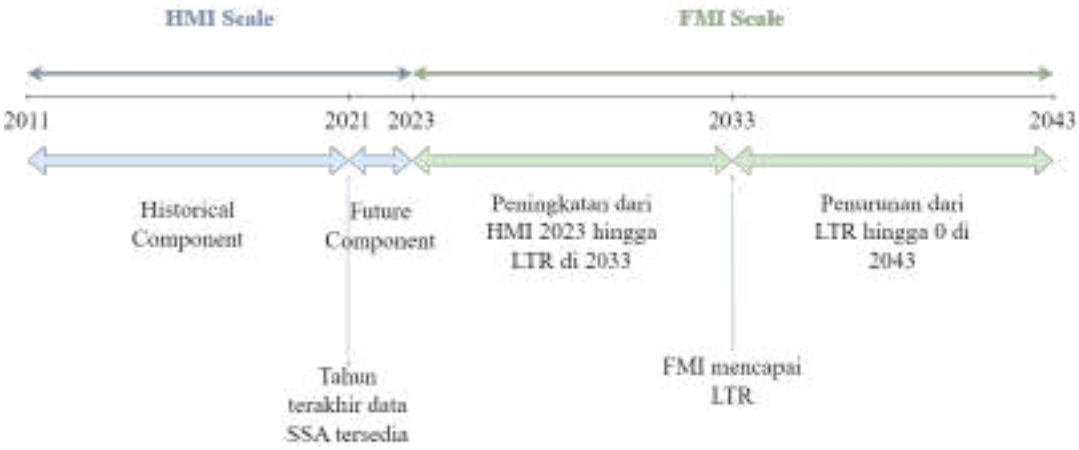
1. Penduduk 50 Negara Bagian dari Amerika Serikat dan Distrik Columbia yang disesuaikan untuk perhitungan sensus bersih;
2. Penduduk sipil Puerto Rico, the Virgin Islands, Guam, Amercian Samoa, dan Kepulauan Mariana Utara;
3. Pegawai sipil federal dan anggota Angkatan Bersenjata Amerika Serikat (*U.S. Armed Forces*) di luar negeri berserta keluarga mereka;
4. Warga non-kewarganegaraan (atau warga negara asing) yang tinggal di luar negeri yang diasuransikan untuk manfaat *Social Security*; dan
5. Semua warga negara Amerika Serikat lainnya yang tinggal di luar negeri.

Plot data mortalitas SSA tahun observasi 1990-2020 untuk usia 0-119 tahun yang diperoleh dari *Social Security Administration* (2023). Pada data menunjukan fenomena longevity terjadi untuk semua usia. Hal ini ditandai dengan plot nilai mortalitas yang menurun seiring tahun berjalan, hingga akhirnya meningkat di tahun 2020 karena adanya pandemi COVID-19.

3.1.2.Model Proyeksi Awal

Model proyeksi awal menggunakan perbandingan antara HMI *Scale* dan FMI *Scale*, dua skala pengukuran yang digunakan untuk menilai atau mengonversi nilai dalam konteks tertentu. Komponen historis dari metode skala HMI, tertuang dalam penggunaan nilai rata- rata dari angka historis

mortality improvement tahunan selama sepuluh tahun (10 *year geometric average*) data historis yang di- pakai adalah data tahun 2011-2021 (*Society of Actuaries*).



Gambar 1. Visual HMI dan FMI

Future Mortality Improvement (FMI) Scale digunakan untuk melakukan penghitungan perkembangan nilai mortalita masa depan yang dimulai dari perhitungan HMI 2023. *Improvement rates* menunjukkan nilai mortalita yang memburuk di tahun 2024-2026, dimana ini merupakan dampak dari pandemi COVID-19. Ni- lai di tahun 2026 bernilai 0. Nilai FMI lalu tumbuh dari 0 hingga sebuah *long-term rate (LTR)*. Selanjutnya, FMI tetap di LTR dan tidak berubah selama lima tahun, untuk tahun 2033-2038. *Improvement rates* lalu akan kembali menjadi nol di tahun ke-20 yaitu 2043.

3.2.*Longevity Index*

3.2.1.Perhitungan *Longevity Index*

Longevity index adalah skala penyesuaian yang dapat diikutsertakan dalam perhitungan anuitas sebagai cara untuk mengatasi masalah risiko umur panjang. Skala ini adalah berupa faktor perbandingan antara nilai probabilitas hidup estimasi yang digunakan sebagai referensi asumsi terhadap nilai probabilitas hidup yang sebenarnya atau nilai probabilitas hidup hasil observasi.

$$I_{to+k}=\frac{{}_kP_{xo}^{ref}(to)}{{}_kP_{xo}^{obs}(to)} = \prod_{j=0}^{k=1} \frac{P_{xo+j}^{ref}(to+j)}{P_{xo+j}^{obs}(to+j)}.$$

Misalkan probabilitas kelompok usia x0 untuk hidup hingga usia (x0 + k) yang diperoleh dari estimasi dan selanjutnya digunakan sebagai referensi dalam perhitungan dalam anuitas dinotasikan sebagai pref . Probabilitas kelompok usia x0 untuk hidup hingga usia (x0 + k) yang diperoleh dari hasil observasi populasi tersebut dinotasikan. *Longevity index* merupakan faktor perbandingan nilai probabilitas hidup referensi terhadap nilai probabilitas hidup hasil observasi. (Michel, 2011)..

3.2.2.Penyesuaian Proyeksi

Dalam penelitian ini akan memperkenalkan model probabilitas hidup yang mencerminkan risiko longevity dalam bentuk penyesuaian asumsi mortalita. Penye- suaian asumsi mortalita dilakukan dengan melibatkan longevity index terbaru yang bisa diperoleh. Didefinisikan t0 adalah tahun terbaru dimana nilai probabilitas hi- dup hasil observasi tersedia, sedemikian sehingga Persamaan yang digunakan adalah

$${}_kP_{xo}^{*} = \frac{{}_kP_{xo}^{ref*}}{I_{to+k}}$$

Nilai ${}_kP_{xo}^{*}$adalah nilai probabilitas hidup yang telah mengikutsertakan risiko longevity yang terbaru.

3.3.Pemodelan and Validasi

3.3.1.Pemodelan Dampak

a. Pemodelan Regresi Beta (Mengukur Dampak)

Bertujuan untuk menganalisis secara statistik dampak *longevity index* (variabel prediktor) terhadap estimasi proyeksi probabilitas hidup (variabel respons). Model Regresi Beta dipilih karena variabel respons (probabilitas hidup) terikat pada interval [0, 1], yang sesuai dengan distribusi Beta. Struktur Model ini menggunakan dua fungsi hubung (*link function*):

a. $g1(\mu_i)$ = Fungsi hubung logit untuk parameter rata-rata yang menghubungkan prediktor dengan mean probabilitas hidup.

b. $g1(\emptyset_i)$Fungsi hubung Identitas/Normal untuk parameter disperse.

Estimasi parameter regresi ($\beta_j \; dan \; \gamma_j$) diestimasi menggunakan metode Maximum Likelihood.

b. Model Lee-Carter (Model *Benchmark*)

Model ini digunakan sebagai pembanding standar industri untuk menguji akurasi superioritas metode HMI yang disesuaikan dengan *longevity index*.

$$In(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \in a_{x,t}$$

$a_x =$ Tingkat mortalitas umum (efek usia statis).

$b_x =$ Kecenderungan perubahan mortalitas terhadap usia.

$k_t =$ Indeks kematian umum (tren waktu dinamis).

3.3.2.Perbandingan Model

Mengkonversi hasil tingkat kematian dari model Lee-Carter menjadi probabilitas kematian, dan memvalidasi semua model. Estimasi dari model dikonversi menjadi probabilitas kematian. Kemudian Validasi semua model termasuk model yang diusulkan dan model *benchmark* Lee-Carter dievaluasi dan divalidasi menggunakan ukuran kebaikan model (RMSE, MAPE, dan MSE) untuk menentukan model mana yang paling akurat.

1. Root Mean Square Error (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}(xi - xi)^2}{n}}$$

2. Mean Absolute Perentage Error (MAPE)

$$MAPE = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{m} xi - xi^2}{xi}}{m} \text{ x } 100\%$$

3. Mean Squared Error (MSE)

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{m}(xi - xi)^2}{n}$$

IV.Hasil dan pembahasan

4.1.Implementasi dan Analisis Dampak

Data mortalita yang dikembangkan pada penelitian ini adalah nilai mortalita SSA 2010. Pengembangan nilai mortalita menggunakan *Historical Mortality Improvement* (HMI) *Rates* 2019 dan 2020 yang diperoleh dari *Society of Actuaries* (SOA). Sedangkan untuk membentuk *longevity index*, data mortalita yang digunakan adakah nilai mortalita SSA 2019. Selanjutnya, untuk menganalisis hasil perhitungan, digunakan data mortalita SSA 2020 sebagai perbandingan. Data mortalita SSA 2019 dan 2020 diperoleh dari(2023) melalui https://www.ssa.gov/oact/HistEst/Death/2023/DeathProbabilities2023.html.

Usia (*x*)	q_x **(laki-laki)**	q_x **(perempuan)**
0	0.006680	0.005562
1	0.000436	0.000396
2	0.000307	0.000215
3	0.000241	0.000172
4	0.000184	0.000137
5	0.000146	0.000113
6	0.000127	0.000102
7	0.000122	0.000098
8	0.000120	0.000098
9	0.000117	0.000097
10	0.000118	0.000100

Table 2. Hubungan Tingkat Bunga dan Diskonto

4.1.1 *Longevity Index*

Nilai *longevity index* SSA 2019 yang diperoleh untuk usia 0-10 tahun ditunjukkan pada table berikut:

Usia (*x*)	q_x **(laki-laki)**	q_x **(perempuan)**
0	0.999955	0.999832
1	1.000025	0.999978
2	0.999965	1.000001
3	0.999977	1.000007
4	0.999992	1.000012
5	1.000005	1.000017
6	1.000010	1.000015
7	1.000008	1.000009
8	1.000008	1.000004

9	1.000015	1.000004
10	1.000024	1.000003

Table 2. Nilai Longevity Index

Dengan cara yang sama, dicari *longevity index* untuk tahun 2013-2020, dimana probabilitas hidup referensi adalah hasil pengembangan nilai mortalita SSA 2010 ke tahun 2013-2020 menggunakan metode HMI, dan probabilitas hidup hasil observasi adalah nilai mortalita 2013-2020 yang diperoleh dari data SSA.

4.1.2.Estimasi Nilai Probabilitas Hidup Mengikutsertakan *Longevity Index*

Hasil perhitungan nilai probabilitas hidup SSA 2020 yang mengikutsertakan risiko *longevity* untuk usia 0-10 tahun ditunjukkan pada tabel berikut:

Usia	$p*$ **(laki-laki)**	$p*$ **(perempuan)**
0	0.993821	0.994905
1	0.999569	0.999648
2	0.999748	0.999795
3	0.999798	0.999830
4	0.999836	0.999859
5	0.999859	0.999876
6	0.999872	0.999888
7	0.999878	0.999898
8	0.999880	0.999903
9	0.999876	0.999904
10	0.999866	0.999902

Table 3. Nilai Probabilitas Hidup Mengikutsertakan *Longevity Index*

Probabilitas referensi adalah hasil pengembangan probabilitas tahun 2014-2023 dengan metode HMI dan *longevity index* yang dipakai adalah *longevity index* tahun 2013-2020.

4.1.3.Pemodelan Regresi Beta

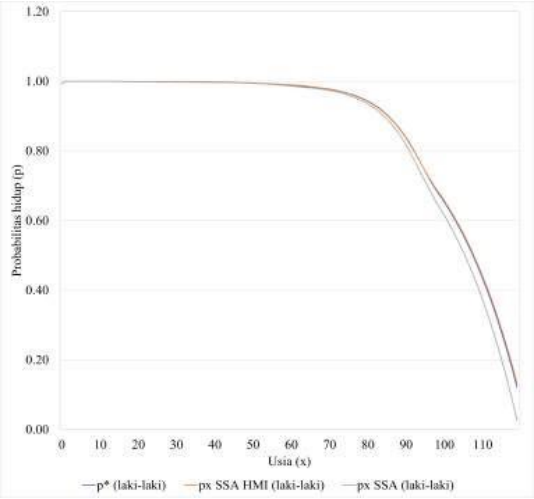
Pada variabel *longevity index*, koefisien menjelaskan estimasi perubahan pa-da logaritma rata-rata (μ) proyeksi probabilitas hidup ($p*$) setiap perubahan 1 unit l*ongevity index* (I). Estimasi parameter mean model (logit link) (μ) untuk *longevity index* adalah sebesar −108.655 untuk laki-laki dan −83.809 untuk perempuan. Ini artinya untuk setiap kenaikan *longevity index* (I) sebesar 1 unit, logaritma dari proyeksi probabilitas hidup akan berkurang sebesar 108.655 unit pada laki-laki dan 83.809 unit pada perempuan. Koefisien yang bernilai negatif juga menjelask- an bahwa nilai *longevity index* yang semakin tinggi akan menghasilkan proyeksi probabilitas hidup yang semakin rendah.

Parameter *precision* φ menjelaskan dispersi dari beta distribution. Estima- si parameter φ model adalah 4.9520 untuk laki-laki dan 7.054 untuk perempuan, dimana nilai ini cukup tinggi dan menunjukkan bahwa beta distribution yang di- pakai untuk pemodelan $p*$ memiliki tingkat dispersi yang relatif rendah, sehingga estimasi proyeksi probabilitas hidup berada di sekitar nilai mean. Signifikansi dari estimasi parameter φ juga ditunjukkan oleh nilai p-value sebesar 3.02e − 10 untuk laki-laki dan 1.17e − 09 untuk perempuan, dimana nilai ini menjelaskan bahwa φ signifikan dalam menentukan tingkat akurasi dari estimasi proyeksi probabilitas.

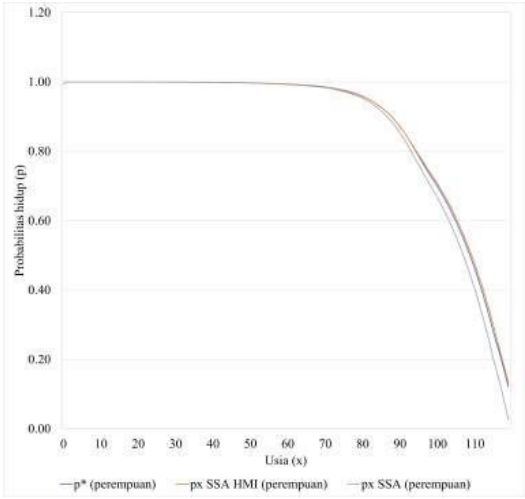
4.1.4.Validasi Metode

Pada bagian ini, akan dibandingkan estimasi nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pengembangan yang mengikutsertakan risiko *longevity*, nilai

probabilitas hidup SSA 2020 hasil pengembangan yang hanya menggunakan metode HMI, dan data probabilitas hidup SSA 2020 yang diperoleh dari SSA.



Gambar 2. Plot p∗ dan px SSA HMI terhadap px SSA untuk laki-laki 2020



Gambar 3. Plot p∗ dan px SSA HMI terhadap px SSA untuk perempuan 2020

Pada grafik perbandingan tersebut, terlihat bahwa nilai probabilitas hidup SSA 2020 hasil pengembangan yang mengikutsertakan risiko longevity lebih mendekati SSA 2020 yang sebenarnya, terutama untuk usia 100 tahun ke atas. Untuk mengvalidasi pernyataan ini, dilakukan pemilihan model terbaik berdasarkan RM- SE dan MAPE.

4.2 Hasil Perbandingan Model

4.2.1.Pemilihan Model Terbaik

Tabel menunjukkan ukuran kebaikan RSME dan MAPE untuk pengembangan nilai mortalita SSA 2020 dengan metode HMI dan pengembangan nilai mortalita SSA 2020 yang diikutsertakan dengan perhitungan *longevity index.*

Model	Jenis kelamin	RMSE	MAPE	MSE
HMI dengan *I* (kasus 1)	Pria	0.02781268	0.07548547	0.00077355
HMI dengan *I* (kasus 1)	Wanita	0.02663576	0.07215826	0.00070946
HMI tanpa *I* (kasus 2)	Pria	0.03069852	0.08363308	0.00094240
HMI tanpa *I* (kasus 2)	Wanita	0.03171004	0.08290676	0.00100553

Table 4. Perbadingan model HMI dengan kasus dan tanpa kasus

Nilai RMSE dan MAPE pada model pengembangan mortalitas yang disesuaikan dengan *longevity index* (kasus 1) lebih rendah dibandingkan dengan model tanpa penyesuaian (kasus 2). Dari hasil analisis ini, disimpulkan bahwa model pengembangan mortalitas dengan penyesuaian *longevity index* adalah model yang lebih baik dalam melakukan proyeksi mortalitas dan menghasilkan hasil perhitungan yang paling akurat atau yang paling mendekati data sebenarnya.

4.2.2.Hasil Perbandingan Model Proyeksi Mortalitas

Tabel menunjukkan ukuran kebaikan MAPE, RMSE, dan MSE untuk model pengembangan mortalitas dengan metode HMI yang diikutsertakan

longevity index dan model Lee-Carter. Model yang lebih baik adalah model yang memiliki tingkat error yang paling kecil.

Model	Jenis kelamin	RMSE	MAPE	MSE
HMI dengan longevity index	Pria	0.02781268	0.07548547	0.00077355
HMI dengan longevity index	Wanita	0.02663576	0.07215826	0.00070946
Lee-Carter	Pria	0.04537068	0.01909487	0.00205850
Lee-Carter	Wanita	0.04287403	0.01259748	0.00183818

Table 5. Perbandingan Model HMI dengan Longevity Index dan Lee-Carter

Berdasarkan Tabel, model HMI dengan *longevity index* memberikan nilai RMSE dan MSE yang lebih kecil daripada model Lee-Carter. Oleh karena itu, disimpulkan bahwa model pengembangan dengan metode HMI dan *longevity index* adalah model yang memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan model Lee-Carter.

V.Kesimpulan dan Saran

5.1.Kesimpulan

1. Menunjukkan Fenomena *Longevity* yang Terlihat pada Nilai Mortalitas Fenomena peningkatan harapan hidup telah menciptakan risiko longevity. Risiko ini paling relevan bagi penyedia dana pensiun dan anuitas. Proyeksi yang tepat dan terkoreksi dapat mengurangi risiko tersebut secara signifikan dengan memberikan estimasi kewajiban yang lebih akurat.
2. Memperkenalkan Metode Penyesuaian Proyeksi Mortalitas yang Mengikutsertakan Risiko *Longevity* Metode yang diperkenalkan dalam

penelitian ini adalah penyesuaian proyeksi mortalitas dengan memanfaatkan *Longevity Index*. Perhitungan diperoleh melalui perbandingan antara probabilitas hidup hasil proyeksi awal dengan probabilitas hidup dari data referensi terbaru yang mewakili realisasi longevity saat ini. Dampak Statistik: Melalui pemodelan regresi beta, ditemukan bahwa nilai longevity index yang lebih tinggi akan menghasilkan proyeksi probabilitas hidup yang disesuaikan menjadi lebih rendah (lebih konservatif), dengan tingkat dispersi (penyebaran) yang rendah. Ini menunjukkan bahwa estimasi proyeksi menjadi stabil dan kredibel di sekitar nilai rata-rata.

3. Melakukan Uji Kebaikan Metode Proyeksi Mortalitas yang Mengikutsertakan Risiko. Perbandingan dengan Model Tanpa Penyesuaian: Model yang disesuaikan dengan *longevity index* menunjukkan nilai RMSE (Pria: 0.027813; Wanita: 0.026636) dan MAPE (Pria: 7.5485%; Wanita: 7.2158%) yang secara konsisten lebih rendah dibandingkan model tanpa penyesuaian (RMSE Pria: 0.030699; MAPE Pria: 8.3633%). Hal ini menyimpulkan bahwa model dengan penyesuaian lebih baik dalam melakukan proyeksi mortalitas.
4. Perbandingan dengan Model Lee-Carter: Model yang diusulkan (HMI + *Longevity* Index) lebih unggul dari model Lee-Carter, terutama pada nilai RMSE dan MSE. Meskipun Lee-Carter terkadang memiliki MAPE yang lebih rendah, nilai RMSE dan MSE-nya yang lebih tinggi (RMSE Pria: 0.04537068; MSE Pria: 0.00205850) mengindikasikan bahwa model Lee-Carter memiliki tingkat kesalahan tertimbang (*weighted error*) yang lebih tinggi daripada model HMI yang disesuaikan.

5.2.Saran

Terdapat beberapa saran yang dimiliki penulis dalam mengerjakan penelitian ini, yaitu:

1. Penggunaan improvement rates yang sesuai dengan data yang digunakan agar hasil lebih akurat.
2. Dapat menggunakan data probabilitas hidup referensi lainnya.
3. Memuat konsep *longevity* dalam perhitungan aktuaria lainnya.

VI. Daftar Pustaka

Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia. (2022, January 24). *Asuransi jiwa berjangka atau asuransi jiwa seumur hidup.* Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia. https://aaji.or.id/Articles/asuransi-jiwa-berjangka-atau-asuransi-jiwa-seumur-hidup

Azmi, U., Raden Mohamad Atok, W., Wawan Hafid Syaifudin, Galuh Oktavia Siswono, Imam Safawi Ahmad, & Nuri Wahyuningsih. (2023). Proyeksi tingkat kematian di Indonesia menggunakan metode Holt-Winters smoothing exponential dan moving average. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications, 20*(1), 25–38.

Bain, L. J., & Engelhardt, M. (1992). *Introduction to probability and mathematical statistics.* Duxbury Press.

Börger, M., & Aleksic, M.-C. (2014). Coherent projections of age, period, and cohort dependent mortality improvements. In *Living to 100 Symposium*. Orlando, FL: Society of Actuaries.

Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., & Nesbitt, C. J. (1997). *Actuarial mathematics* (2nd ed.). Society of Actuaries.

Bravo, J. M., & El Mekkaoui de Freitas, N. (2018). Valuation of longevity-linked life annuities. *Insurance: Mathematics and Economics, 78*, 212–229.

Couzin-Frankel, J. (2011). A pitched battle over life span. *Science, 333*(6042), 549–550.

Crawford, T., de Haan, R., & Runchey, C. (2008). *Longevity risk quantification and management: A review of relevant literature* [Technical report]. Society of Actuaries.

Cribari-Neto, F. (2023). A beta regression analysis of COVID-19 mortality in Brazil. *Infectious Disease Modelling, 8*(2), 309–317.

Denuit, M., Haberman, S., & Renshaw, A. (2015). Longevity-contingent deferred life annuities. *Journal of Pension Economics & Finance, 14*(3), 315–327.

de Moivre, A. (1725). *Annuities upon lives: Or, the valuation of annuities upon any number of lives; as also, of reversions.* London: W. P. and sold by Francis Fayram, Benj. Motte, and W. Pearson.

Dickson, D. C. M., Hardy, M. R., & Waters, H. R. (2009). *Actuarial mathematics for life contingent risks.* Cambridge University Press.

Fahlevi, S. M. R. (2021). *Analisis risiko longevity di Indonesia menggunakan data tabel mortalitas ringkas* [Master's thesis].

Ferrari, S. L. P., & Cribari-Neto, F. (2004). Beta regression for modelling rates and proportions. *Journal of Applied Statistics, 31*(7), 799–815.

Gompertz, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new method of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society, 115*, 513–585.

Homa, M. (2018). The impact of longevity risk on the price of life insurance with the accidental option (Type AI and ADI). *Journal of Finance and Economics, 6*(4), 134–143.

Kellison, S. G. (1991). *The theory of interest* (2nd ed.). Irwin.

Lawless, J. F. (2003). *Statistical models and methods for lifetime data.* Wiley & Sons.

Lee, E. T., & Wang, J. W. (2003). *Statistical methods for survival data analysis.* Wiley & Sons.

Lee, R. D., & Carter, L. R. (1992). Modelling and forecasting U.S. mortality. *Journal of the American Statistical Association, 87*(419), 659–671.

London, D. (1997). *Survival models and their estimation* (3rd ed.). ACTEX Publications.

Michel, D., Haberman, S., & Renshaw, A. (2011). Longevity-indexed life annuities. *North American Actuarial Journal, 15*(1), 97–111.

Mitchell, D., Brockett, P., Mendoza-Arriaga, R., & Muthuraman, K. (2013). Modeling and forecasting mortality rates. *Insurance: Mathematics and Economics, 52*(2), 275–285.

Rejda, G. E., McNamara, M. J., & Rabel, W. H. (2020). *Principles of risk management and insurance* (14th ed.). Pearson Education.

Schinzinger, E., Denuit, M. M., & Christiansen, M. C. (2016). A multivariate evolutionary credibility model for mortality improvement rates. *Insurance: Mathematics and Economics, 69*, 70–81.

Social Security Administration. (2023). *Social security program data: Death probabilities 2023.* https://www.ssa.gov/oact/HistEst/Death/2023/DeathProbabilities2023.html

Society of Actuaries. (2023). *Individual life insurance mortality improvement scale recommendation.* Society of Actuaries Research Institute.

Society of Actuaries Research Institute's Mortality and Longevity Oversight Advisory Council (MLOAC). (2022). *Individual life insurance mortality improvement scale recommendation for use with AG38/VM20.* Society of Actuaries Research Institute.

Society of Actuaries & American Academy of Actuaries. (2023). *Mortality improvements life working group (MILWG): 2023 HMI and FMI scale update.* Society of Actuaries.

Tim Penyusun Otoritas Jasa Keuangan. (2019). *Buku seri literasi keuangan – Perasuransian.* OJK.

United Nations. (2022). *World population prospects 2022.* United Nations. https://population.un.org/wpp/