BAYESIAN *CHAIN LADDER* UNTUK PERHITUNGAN CADANGAN IBNR DENGAN ASUMSI *HALF-NORMAL* DAN *LOG NORMAL*

Oleh :

Jerremy Joelnathan Stevanlim

Program Studi Matematika

Fakultas Teknologi Informasi dan Sains

Universitas Katolik Parahyangan

Abstract

In running their business, insurance companies must effectively mitigate risks and maintain financial stability by preparing adequate reserves to cover future claim payments, There are several types of reserve funds, one of which is the Incurred But Not Reported (IBNR), reserve, which is a reserve fir claims that cannot be settled within the same calendar year. In this thesis, IBNR reserves were estimated using the Bayesian Chain Ladder method under the half normal and log normal distributions. The study finds that the Bayesian Chain Ladder method with the lognormal distribution assumption results in a larger estimate compared to the Mack Chain Ladder method, Therefor, it can be concluded that the IBNR estimate follows the tail thickness properties of the assumed distribution. Where the half-normal distribution has a light tail. While the log-normal distribution has a heavy tail. Thus, selecting the fitting distribution assumption can prevent over or under-reserving, which can lead to financial losses for the company. This research can be further developed by choosing a more mathematical approach to determining hyperparameters. Such as Bayesian nonparametrics or Bayesian hierarchies.

Keywords*: half-normal distribution , log-normal distribution , compulsory third party , IBNR reserve: Bayesian Chain Ladder, Claims.*

JEL Classification: C11(*Bayesian Analysis*), G22(*Insurance*)

I. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Perusahaan asuransi memegang peran penting dalam pengalihan risiko. Untuk menjaga stabilitas keuangan, perusahaan harus menyiapkan Cadangan dana yang memadai, termasuk cadangan IBNR. Kasus kebangkrutan *Home State County Mutual Insurance Company* pada tahun 2006 menjadi contoh nyata akibat kegagalan dalam mencadangkan dana IBNR yang cukup. Peristiwa ini menegaskan pentingnya perhitungan cadangan IBNR yang akurat.

Metode *Mack Chain Ladder* merupakan metode yang umum untuk menaksir Cadangan IBNR. Namun, metode ini bersifat *deterministic*. Untuk mengatasi kelemahan ini, pendekatan Bayesian menawarkan Solusi dengan memungkinkan pembaruan prediksi Ketika terdapat informasi baru. Penelitian sebelumnya telah mengaplikasikan statistika Bayesian pada *Chain Ladder* dengan asumsi distribusi gamma. Namun, distribusi gamma dinilai kurang cocok untuk data dengan ekor yang sangat tipis atau sangat tebal. Oleh karena itu, penelitian ini mengembangkan metode *Bayesian Chain Ladder* dengan menggunakan asumsi distribusi *half-normal* dan *log normal.*

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

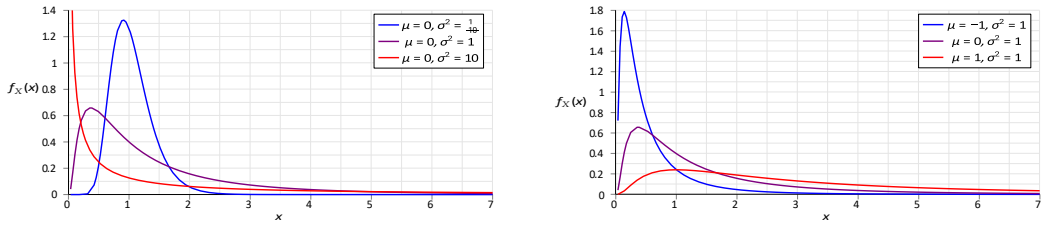
1. Mengonstruksi *development factor* Bayesian jika data *run-off triangle* diasumsikan berdistribusi half-normal.

2. Mengonstruksi *development factor* Bayesian jika data *run-off triangle* diasumsikan berdistribusi *log-normal.*
3. Membandingkan dan menganalisis hasil perhitungan Cadangan IBNR secara Bayesian dengan menggunakan distribusi *half-normal* dan *log-normal*, serta perbandinganya dengan metode *Mack Chain Ladder*.

II. Studi Literatur

Metode *Chain Ladder* tradisional merupakan metode *deterministic* yang banyak digunakan dalam penaksiran cadangan klaim. Namun, sifatnya yang *deterministic* membatasi kemamouan metode ini dalam mengkuantifikasi ketidakpastian.

Statistika Bayesian memungkinkan penggabungan antara informasi awal (*prior*) dengan data observasi untuk menghasilkan informasi posterior. Pendekatan ini telah diaplikasikan dalam *reserving* asuransi. England & Verrall (2002) membahas berbagai model stokastik dalam *reserving* klaim, sementara Arifanid kk. (2022) menerapkan Bayesian *Chain Ladder* dengan asumsi distribusi gamma.



(a) μ tetap (b) σ^2 tetap

Gambar 1. Grafik fungsi kepadatan peluang distribusi *log-normal*

Distribusi *half-normal* dan *log-normal* merupakan bagian dari keluarga distribusi normal. Distribusi half-normal memiliki ekor yang lebih tipis dibandingkan gamma. Sebaliknya, distribusi *log-normal* dikenal dengan ekornya yang tebal (Klugman dkk.,2019). Pemilihan kedua

distribusi ini didasarkan pada kemampuanya untuk memodelkan data dengan karakteristik ekor yang berbeda.

III. Metodologi Penelitian

3.1 Data

Data yang digunakan adalah data klaim asuransi *Compulsory Third Party* (CTP) dari laporan tahunan *Australian Prudential Regulatory Authority* (APRA) untuk periode tahun kejadian 2012 hingga 2021. Data disajikan dalam bentuk *run-off triangle incremental* yang kemudian dikonversi menjadi bentuk kumulatif untuk keperluan perhitungan.

Tabel 1. Data klaim kumulatif asuransi CTP (dalam jutaan dolar Australia).

Tahun Kejadian	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	1812	2802	3399	3690	3875	3977	4031	4061	4080	4097
2013	1799	2740	3277	3535	3646	3736	3784	3819	3846	
2014	1851	2852	3363	3551	3684	3740	3788	3832		
2015	1982	3012	3599	3843	3891	3946	3997			
2016	1930	3052	3654	3859	3992	4103				
2017	2067	3206	3727	3921	4054					
2018	2158	3362	3901	4191						
2019	1932	2967	3538							
2020	1756	2735								
2021	1653									

3.2 Metode Mack *Chain Ladder*

Metode Mack *Chain Ladder* menggunakan development factor untuk memproyeksikan *future triangle*. Dua estimator yang umum adalah *development factor mean* dan *development factor average*.

$$f\hat{}jM = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} Si,j}{\sum_{i=1}^{n-j} Si,j-1} \text{ (development factor mean)}$$

$$\hat{f}_j^A = \frac{1}{n-j}\sum_{i=1}^{n-j} \frac{S_{i,j}}{S_{i,j-1}} \text{(development factor average)}$$

3.3 Kerangka Teori Bayesian

Inferensi Bayesian didasarkan pada Teorema Bayes, yang menggabungkan distribusi *prior* dan *likehood* untuk mendapatkan distribusi posterior. Dalam konteks ini, parameter yang diperkirakan adalah *development factor*.

Inferensi Bayesian didasarkan pada Teorema Bayes:

$$\pi(\theta \mid x) = \frac{f(x \mid \theta)\pi(\theta)}{\int f(x \mid \theta)\pi(\theta)d\theta} \propto f(x \mid \theta)\pi(\theta)$$

3.4 Distribusi *Half-Normal* dan *Log-Normal*

Distribusi *half-normal* merupakan distribusi untuk peubah acak non-negatif yang merupakan nilai mutlak dari peubah acak normal baku. Distribusi *log-normal* adalah distribusi dari peubah acak yang logaritma naturalnya berdistribusi normal.

a. Distribusi *half-normal*: $f_X(x) = \frac{2}{\pi\sqrt{\omega}} e^{-\frac{x^2}{\omega\pi}}, x > 0$

b. Distribusi *log-normal*: $f_X(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x > 0$

IV. Hasil dan Pembahasan

4.1 Penerapan Bayesian *Chain Ladder* dengan Asumsi *Half-Normal*

4.1.1. Konstruksi *Development Factor* Bayesian untuk *Half-Normal*

Metode ini mengasumsikan bahwa kenaikan besaran klaim kumulatif mengikuti distribusi *half-normal. Prior* untuk diasumsikan berdistribusi invers-gamma. Distribusi posterior juga merupakan distribusi invers gamma:

$$\Theta j \mid \boldsymbol{S} \sim inv.\Gamma(\alpha j + \frac{n-j}{2}, \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n-j} (\frac{Si,j}{Si,j-1})^2 + \beta j)$$

Development factor Bayesian untuk *half-normal*:

$$\hat{f}_j^{HN} = \frac{\Gamma(\alpha_j + \frac{n-j-1}{2})}{\Gamma(\alpha_j + \frac{n-j}{2})} \sqrt{\frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n-j} (\frac{S_{i,j}}{S_{i,j-1}})^2 + \beta_j}$$

4.1.2. Hasil Prediksi IBNR untuk Asumsi *Half-Normal*

Dengan menggunakan data asuransi CTP, diperoleh *development factor* Bayesian untuk *half-normal.*

Tabel 2. Perbandingan *Development Factor*

$\boldsymbol{j}$	$\hat{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{HN}}$	$\hat{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{M}}$	$\hat{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{A}}$
1	1,52027	1,54613	1,54594
2	1,16744	1,1861	1,18695
3	1,05261	1,06701	1,06722
4	1,02112	1,03317	1,03331
5	1,01179	1,02169	1,02163
6	1,00507	1,01305	1,01305
7	1,00332	1,00939	1,00944
8	1,00176	1,00584	1,00587
9	1,00213	1,00417	1,00417

Nilai *development factor Bayesian* yang lebih rendah (Tabel 2) kemudian digunakan untuk memproyeksikan *future triangle* klaim kumulatif.

Dari proyeksi ini, *outstanding claims* untuk setiap tahun kejadian dihitung sebagai selisih antara nilai proyeksi akhir (*ultimate chain*) dan nilai yang telah dibayar (*paid-to-date*). Akumulasi dari seluruh *outstanding claims* inilah yang menghasilkan total Cadangan IBNR sebesar 3.107 juta dolar Australia untuk metode Bayesian *Half-Normal*. Sebagai perbandingan, hasil lengkap perhitungan *outstanding claims* dan total IBNR untuk semua metode disajikan pada table 3.

Tabel 3. Perbandingan *Outstanding Claims* dan Total Cadangan IBNR (dalam juta AUD).

Tahun Kejadian	BCL *Half-Normal*	BCL *Log-Normal*	MCL *Mean*
2013	8	369	16
2014	15	392	38
2015	29	451	78
2016	51	522	135
2017	98	615	224
2018	192	796	378
2019	357	955	578
2020	780	1387	1039
2021	1577	2198	1873
Total IBNR	3107	7685	4359

4.2. Penerapan Bayesian Chain Ladder dengan Asumsi *Log-Normal*

4.2.1. Konstruksi *Development Factor* Bayesian untuk Log-Normal

Pada metode ini, data klaim kumulatif diasumsikan berdistribusi *log-normal*. Transformasi logaritma diterapkan $D_{i,j} = log\ S_{i,j}$. *Prior* untuk $(\lambda_j =$

$log\ \theta_j)$ diasumsikan berdistribusi *truncated normal*. Distribusi posterior dari Λj juga berupa *truncated normal* :

$$\Lambda j \mid D \sim trun.N(\frac{\sum_{i=1}^{n-j}(Di,j-Di,j-1)+\kappa j\mu j}{n-j+\kappa j},\frac{\sigma_j^2}{n-j+\kappa j}0,\infty)$$

Development factor Bayesian untuk *log-normal* adalah $\hat{f}_j^{LN} = exp(\lambda_j)$.

4.2.2. Hasil Predik IBNR untuk Asumsi *Log-Normal*

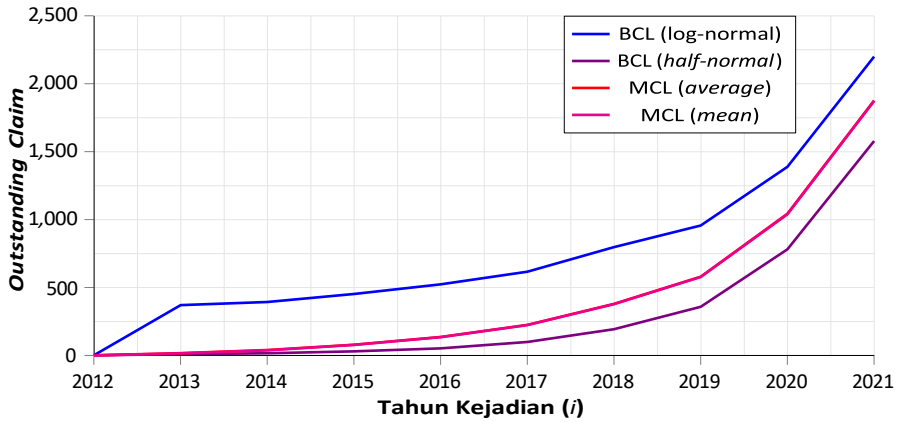
Development factor Bayesian untuk *log-normal* ($\hat{f}_j^{LN}$) sangat dekat dengan nilai Mack *Chain Ladder*, kecuali pada tahun penundaan terakhir di mana terjadi lonjakan.

Tabel Perbandingan Outstanding Claims (juta AUD)

Tahun Kejadian	BCL Half-Normal	BCL Log-Normal	MCL Mean
2013	8	369	16
2014	15	392	38
2015	29	451	78
2016	51	522	135
2017	98	615	224
2018	192	796	378
2019	357	955	578
2020	780	1387	1039
2021	1577	2198	1873
Total IBNR	3107	7685	4359

Total cadangan IBNR yang dihasilkan adalah 7.685 juta dolar Australia.

4.3. Analisis Perbandingan Hasil



Gambar 2. Grafik perbandingan nilai *outstanding claims* untuk *log-normal*

Perbandingan hasil menunjukan bahwa asumsi distribusi yang digunakan secara signifikan mempengaruhi besar cadangan IBNR. Asumsi *half-normal* (ekor tipis) menghasilkan cadangan yang lebih rendah, cocok untuk data tanpa potensi klaim ekstem. Asumsi *log-normal* (ekor tebal) menghasilkan cadangan yang lebih tinggi, cocok untuk mengantisipasi risiko klaim besar.

V. Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Penelitian ini berhasil mengonstruksi *development factor* Bayesian untuk dua asumsi distribusi, yaitu *half-normal* dan *log-normal.* Hasil aplikasi pada data klaim asuransi CTP Australia secara jelas menunjukan bahwa estimasi cadangan IBNR sangat bergantung pada sifat ekor distribusi yang diasumsikan. Asumsi *half-normal* (ekor tipis) menghasilkan cadangan yang lebih rendah (3.107 juta AUD), sedangkan asumsi *log-normal* (ekor tebal) menghasilkan cadangan yang lebih tinggi (7.685 juta AUD) dibandingkan metode acuan *Mark Chain Ladder* (4.359 juta AUD). Dengan demikian, pemilihan model distribusi yang tepat berdasarkan karakteristik portfolio klaim merupakan langkah krusial untuk menghasilkan estimasi cadangan

IBNR yang akurat dan menghindari risiko *over-reserving* maupun *under-reserving.*

5.2 Saran

Berdasarkan temuan penelitian, disarankan kepada perusahaan asuransi dan otoritas pengawas untuk mengadopsi pendekatan Bayesian *Chain Ladder* dengan mempertimbangkan karakteristik ekor distribusi klaim dalam penentuan cadangan IBNR. Perusahaan perlu melakukan validasi terhadap profil risiko portofolio klaimnya sebeum memilih asumsi distribusi yang tepat.

Bagi regulator, dapat mempertimbangkan untuk menyusun pedoman yang merekomendasikan penggunaan *multiple scenario analysis* dengan berbagai asumsi distribusi untuk menguji ketahanan cadangan. Implementasi perangkat lunak seperti BIT juga disarankan untuk meningkatkan akurasi dan efisiensi perhitungan cadangan, sekaligus mendukung penerapan *risk-based management* yang lebih baik dalam industri asuransi.

VI. Daftar Pustaka

Arifani, N., Nurrohmah, S., & Fithrian, I. (2022). Metode Bayesian Chain Ladder untuk memprediksi cadangan klaim. *Jurnal Statistika dan Aplikasinya, 6*(1), 120–129.

Bolstad, W. M., & Curran, J. M. (2017). *Introduction to Bayesian statistics* (3rd ed.). John Wiley & Sons, Inc.

Brown, R. L., & Lennox, W. S. (2015). *Introduction to ratemaking and loss reserving for property and casualty insurance* (4th ed.). ACTEX Publications.

England, P. D., & Verrall, R. J. (2002). Stochastic claims reserving in general insurance. *British Actuarial Journal, 8*(3), 443–544.

Fauzi, R. R., & Stevanlim, J. J. (2024). *Bayesian chain ladder for cumulative run-off triangle under half-normal distribution assumption*. arXiv. https://arxiv.org/abs/2402.16917

Hogg, R. V., McKean, J. W., & Craig, A. T. (2019). *Introduction to mathematical statistics* (8th ed.). Pearson.

Klugman, S., Panjer, H., & Willmot, G. (2019). *Loss models: From data to decisions* (5th ed.). John Wiley & Sons, Inc.

Mack, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. *ASTIN Bulletin, 23*(2), 213–225.

Novita, M., Triana, S., & Sari, S. F. (2018). Mean squared error metode Chain Ladder, Bornhuetter-Ferguson, dan Benktander dalam prediksi cadangan klaim asuransi umum. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika (JRAM), 2*(2), 93–100.